I $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ の解答は該当する解答欄の中から最も適当なものをそれぞれ1つずつ選べ.

3人の力士A, B, Cが下記巴戦のルールに従い相撲をとり，優勝者を決める.

- 1回目の取り組みは力士AとBが対戦する.
- n を2以上の自然数として，n 回目の取り組みは，$n-1$ 回目の取り組みの勝者と，その取り組みに参加していなかった力士が対戦する.
- 2連勝した力士を優勝とし，優勝者が決定した時点で巴戦は終了とする.

1回の取り組みで，力士AがBに勝つ確率は $\frac{1}{2}$，BがCに勝つ確率は p，CがAに勝つ確率は $1-p$ であり，相撲の勝負に引き分けはないものとして，以下の問いに答えよ.

(a) 3回目の取り組み終了時点で優勝者が決まらない場合，4回目の取り組みは $\boxed{\text{ア}}$ である．6回目の取り組みで力士Cが優勝する確率は，$p=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$ をとる．何回かの取り組みを行って力士Aが優勝する確率を α，力士Bが優勝する確率を β とすると $\boxed{\text{ケ}}$.

(b) $p=\frac{1}{3}$ のとき，3回目の取り組みで力士Cが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり，何回かの取り組みを行って力士Cが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる.

(c) 3人の力士が優勝する確率が等しくなるのは $p=\dfrac{\boxed{\text{セソ}}-\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ のときである.

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ 必ず力士AとBの対戦　① 必ず力士BとCの対戦　② 必ず力士AとCの対戦
③ 力士Aが参加するが対戦相手は不定　④ 力士Bが参加するが対戦相手は不定
⑤ 力士Cが参加するが対戦相手は不定　⑥ どの力士同士の対戦となるか不定

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ $\alpha<\beta$ が成り立つ　① $\alpha=\beta$ が成り立つ　② $\alpha>\beta$ が成り立つ
③ $\alpha\leqq\beta$ が成り立つ　④ $\alpha\geqq\beta$ が成り立つ　⑤ $\alpha\neq\beta$ が成り立つ
⑥ p の値によって α, β の大小関係が変化する

(解説)

AがBに勝つ確率は $\frac{1}{2}$ $\left(\text{負ける確率は }\frac{1}{2}\right)$，BがCに勝つ確率は p（負ける確率は $1-p$），CがAに勝つ確率は $1-p$（負ける確率は p）である。また，このとき題意より $0<p<1$ としてよい。勝つ力士をアルファベットで書くことにする。例えば，1回目にAが勝ち，2回目にCが勝ち，3回目にBが勝つときをACBと書くことにする。

(a) 3回目の取り組み終了時点で優勝者が決まらない場合は，ACB，BCAのみである。このとき，どちらも2回目にCが試合をしているので，4回目は必ずAとBが対戦することになる。よって ${}^{ア}\boxed{1}$ となる。

6回目の取り組みでCが優勝する確率は，ACBACCまたはBCABCCのみであるから

$$\frac{1}{2}\cdot p\cdot(1-p)\cdot\frac{1}{2}\cdot(1-p)\cdot(1-p)+\frac{1}{2}\cdot(1-p)\cdot p\cdot\frac{1}{2}\cdot(1-p)\cdot(1-p)$$
$$=\frac{1}{2}p(1-p)^3$$

これを $f(p)$ とおくと，$f'(p)=\frac{1}{2}(1-p)^2(1-4p)$ となるから，$p=\dfrac{{}^{イ}\boxed{1}}{{}^{ウ}\boxed{4}}$ の前後で $f'(p)$ の符号が正から負へと変わる。よって，このとき $f(p)$ は最大値をとるから，計算すると

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{{}^{エオ}\boxed{27}}{{}^{カキク}\boxed{512}}$$ となる。

1回目にAが勝つとき，何回か取り組みを行ったときにAが優勝する確率は

2回目終了後：AA $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}p\right)$

5回目終了後：ACBAA $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}p(1-p)\cdot\frac{1}{2}p\right)$

8回目終了後：ACBACBAA $\left(\text{確率 }\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^2\cdot\frac{1}{2}p\right)$

と考えることにより，$3k-1$ 回目（$k=1, 2, 3, \cdots\cdots$）終了後に勝つ確率は

$$\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^{k-1}\cdot\frac{1}{2}p$$

1回目にBが勝つとき，何回か取り組みを行ったときにAが優勝する確率は

4回目終了後：BCAA $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}p(1-p)\cdot\frac{1}{2}\right)$

7回目終了後：BCABCAA $\left(\text{確率 }\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^2\cdot\frac{1}{2}\right)$

10回目終了後：BCABCABCAA $\left(\text{確率 }\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^3\cdot\frac{1}{2}\right)$

と考えることにより，$3l+1$（$l=1, 2, 3, \cdots\cdots$）終了後に勝つ確率は

$$\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^{l}\cdot\frac{1}{2}$$

同様にBが優勝する確率を考えたとき

BB, BCABB, BCABCABB, ……

または

ACBB, ACBACBB, ACBACBACBB, ……

となるが，これらを計算するとAと全く同様の式が得られる。

よって $\alpha=\beta$ が成り立つので，${}^{ケ}\boxed{2}$ となる。

(b) $p=\frac{1}{3}$ のとき，3回目の取り組みでCが優勝する確率はACCまたはBCCであるから

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{{}^{コ}\boxed{4}}{{}^{サ}\boxed{9}}$$

1回目にAが勝つとき，何回か取り組みを行ったときにCが優勝する確率は

3回目終了後：ACC $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}(1-p)^2\right)$

6回目終了後：ACBACC $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}p(1-p)\cdot\frac{1}{2}(1-p)^2\right)$

9回目終了後：ACBACBACC $\left(\text{確率 }\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^2\cdot\frac{1}{2}(1-p)^2\right)$

と考えることにより，$3m$ 回目（$m=1, 2, 3, \cdots\cdots$）終了後に勝つ確率は

$$\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^{m-1}\cdot\frac{1}{2}(1-p)^2$$

1回目にBが勝つとき，何回か取り組みを行ったときにCが優勝する確率は

3回目終了後：BCC $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}(1-p)^2\right)$

6回目終了後：BCABCC $\left(\text{確率 }\frac{1}{2}p(1-p)\cdot\frac{1}{2}(1-p)^2\right)$

9回目終了後：BCABCBCC $\left(\text{確率 }\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^2\cdot\frac{1}{2}(1-p)^2\right)$

と考えることにより，$3n$ 回目（$n=1, 2, 3, \cdots\cdots$）終了後に勝つ確率は

$$\left\{\frac{1}{2}p(1-p)\right\}^{n-1}\cdot\frac{1}{2}(1-p)^2$$

よって，各々は初項 $\frac{1}{2}(1-p)^2$，公比 $\frac{1}{2}p(1-p)$ の無限等比数列の和になる。ここで，公比について，$0<p<1$，$0<1-p<1$ より $0<\frac{1}{2}p(1-p)<\frac{1}{2}$ であるから，和は収束する。よって，無限回取り組みを行ったときにCが優勝する確率は

$$\frac{\frac{1}{2}(1-p)^2}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}\times2=\frac{(1-p)^2}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}$$

これに $p=\frac{1}{3}$ を代入すると，$\dfrac{{}^{シ}\boxed{1}}{{}^{ス}\boxed{2}}$

(c) (b)のCでの考察と同様に考えると，α と β の無限等比級数は収束するから，ともに

$$\frac{\frac{1}{2}p}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}+\frac{\frac{1}{2}p(1-p)\cdot\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}$$

となる。これが $\dfrac{(1-p)^2}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}$ と等しいので

$$\frac{\frac{1}{2}p}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}+\frac{\frac{1}{2}p(1-p)\cdot\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}=\frac{(1-p)^2}{1-\frac{1}{2}p(1-p)}$$

これを解くと，$0<p<1$ だから $p=\dfrac{{}^{セソ}\boxed{11}-\sqrt{{}^{タチ}\boxed{41}}}{{}^{ツテ}\boxed{10}}$

Ⅱ　座標空間において，点 C$(0,\ 0,\ 1)$ を中心とする半径 1 の球面を S，点 A$(1,\ 0,\ 3)$ から球面 S に引いた接線の接点を P$(x,\ y,\ z)$，接線と xy 平面との交点を Q$(X,\ Y,\ 0)$ とする．

(a)　点 P は球面 S 上にあるので $x^2+y^2+(z-\boxed{ア})^2=\boxed{イ}$ を満たし，

$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AP}=\boxed{ウ}$ であるので，次式が成り立つ．

$$x+\boxed{エ}z=\boxed{オ} \qquad \cdots\cdots(*)$$

この式は平面を表す．この式が表す平面と球面 S との交線は，

点 $\left(\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\ \boxed{ク},\ \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\right)$ を中心とする半径 $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ の円になる．また，

$$|\overrightarrow{AP}|=\boxed{セ} \qquad \cdots\cdots(**)$$

が成り立つ．

(b)　点 Q は直線 AP 上にあるため，$\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AP}$ を満たす実数kが存在するが，式$(*)$よりこの実数 k は

$$k=\frac{\boxed{ソ}-X}{\boxed{タ}}$$

と表されることがわかる．これと式$(**)$より，点 Q の座標に対して次式が成立する．

$$X^2+\boxed{チ}X+\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}Y^2=\boxed{ト}$$

この式が表す xy 平面上の楕円の焦点は，原点と点 $(\boxed{ナニ},\ \boxed{ヌ},\ 0)$ である．

(解説)

(a)　P は　$x^2+y^2+\left(z-{}^{ア}\boxed{1}\right)^2={}^{イ}\boxed{1}$　…①

をみたし，P が接点であることから $\overrightarrow{CP}\perp\overrightarrow{AP}$ であるので

$$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AP}={}^{ウ}\boxed{0}$$

よって

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x-1\\y\\z-3\end{pmatrix}=0$$

$$x^2-x+y^2+z^2-4z+3=0$$

これと①から

$$x+{}^{エ}\boxed{2}z={}^{オ}\boxed{3} \quad \cdots②$$

この式は法線ベクトル $\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ をもつので，円の中心を R とおけば

$$\overrightarrow{OR}=\overrightarrow{OC}+s\vec{n}=\begin{pmatrix}s\\0\\2s+1\end{pmatrix}$$

これが ② 上に存在すればよいので

$$s+2(2s+1)=3 \quad より \quad s=\frac{1}{5}$$

よって中心は　$\mathrm{R}\left(\dfrac{{}^{カ}\boxed{1}}{{}^{キ}\boxed{5}},\ {}^{ク}\boxed{0},\ \dfrac{{}^{ケ}\boxed{7}}{{}^{コ}\boxed{5}}\right)$

半径は ① かつ ② をみたす点$(1,\ 0,\ 1)$ をとって R との距離を計算すればよい。

$$半径=\frac{{}^{サ}\boxed{2}\sqrt{{}^{シ}\boxed{5}}}{{}^{ス}\boxed{5}}$$

また　$|\overrightarrow{AP}|={}^{セ}\boxed{2}$

(b)　$\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AP}$　より

$$\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OA}=k(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}) \quad で \quad \overrightarrow{OP}=\frac{1}{k}(\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OA})+\overrightarrow{OA}$$

成分表示して ② へ代入すると

$$\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix}\dfrac{X-1}{k}+1\\ \dfrac{Y}{k}\\ \dfrac{3k-3}{k}\end{pmatrix} \quad より \quad k=\frac{{}^{ソ}\boxed{7}-X}{{}^{タ}\boxed{4}}$$

よって

$$|\overrightarrow{AQ}|=|k||\overrightarrow{AP}|$$

$$\sqrt{(X-1)^2+Y^2+9}=\left|\frac{7-X}{4}\right|\cdot 2$$

を 2 乗して整理すると

$$X^2+{}^{チ}\boxed{2}X+\frac{{}^{ツ}\boxed{4}}{{}^{テ}\boxed{3}}Y^2={}^{ト}\boxed{3}$$

これを変形すれば楕円

$$\frac{(X+1)^2}{4}+\frac{Y^2}{3}=1$$

が得られ、焦点は原点と点 $\left({}^{ナニ}\boxed{-2},\ {}^{ヌ}\boxed{0},\ 0\right)$ である。

Ⅲ　三角関数の極限に関する以下の問いに答えよ．

(1)　定数 k に対して，極限

$$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{3}}\frac{\cos3\theta+k\cos2\theta}{4\cos^2\dfrac{\theta}{2}-3}$$

が有限の値となるのは $k=\boxed{アイ}$ のときであり，このとき極限値は $\boxed{ウエ}$ となる．

(2)　正の実数 x に対して，下記極限で定義される関数を $f(x)$ とする．

$$f(x)=\lim_{\alpha\to2}\frac{\cos\alpha x-\cos2x}{\alpha^2+\alpha-6}$$

このとき，関数 $f(x)$ は

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キク}}\pi,\quad \lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^2}=\frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}},\quad \int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx=\frac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$$

を満たす．

また，$x>0$ の範囲で $y=f(x)$ のグラフが直線 $y=ax+b$ と共有点を持たないのは，$a>\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ かつ $b>\boxed{ツ}$ を満たすとき，または $a<\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$ かつ $b<\boxed{ニ}$ を満たすときである．

(解説)

(1)　$$(分子)=\lim_{\theta\to\frac{\pi}{3}}(\cos3\theta+k\cos2\theta)=0$$

であればよいので

$$-1-\frac{1}{2}k=0 \quad より \quad k=-2$$

が必要であり，このとき

$$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{3}}\frac{4\cos^3\theta-3\cos\theta-2(2\cos^2\theta-1)}{4\cdot\dfrac{1+\cos\theta}{2}-3}=\lim_{\theta\to\frac{\pi}{3}}\frac{4\cos^3\theta-4\cos^2\theta-3\cos\theta+2}{2\cos\theta-1}$$

$$=\lim_{\theta\to\frac{\pi}{3}}\frac{(2\cos\theta-1)(2\cos^2\theta-\cos\theta-2)}{2\cos\theta-1}$$

$$=\lim_{\theta\to\frac{\pi}{3}}(2\cos^2\theta-2\cos\theta-2)$$

$$=2\cdot\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-2=-2$$

となり収束し十分。

以上より　$k={}^{アイ}\boxed{-2}$，極限値 ${}^{ウエ}\boxed{-2}$

(2)　$$f(x)=\lim_{\alpha\to2}\frac{-2\sin\dfrac{\alpha+2}{2}x\cdot\sin\dfrac{\alpha-2}{2}x}{(\alpha-2)(\alpha+3)}$$

$$=\lim_{\alpha\to2}\frac{-2\sin\dfrac{\alpha+2}{2}x}{(\alpha+3)}\cdot\frac{\sin\dfrac{\alpha-2}{2}x}{\dfrac{\alpha-2}{2}x}\cdot\frac{1}{2}x$$

$$=\frac{-2\sin 2x}{5}\cdot 1\cdot\frac{1}{2}x$$

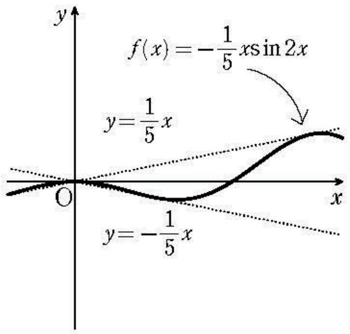
$$=-\frac{1}{5}x\sin 2x$$

より

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{5}\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{{}^{\text{オ}}\boxed{-}\sqrt{{}^{\text{カ}}\boxed{3}}}{{}^{\text{キク}}\boxed{60}}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}=\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{5}\frac{\sin 2x}{x}\right)=\frac{{}^{\text{ケコ}}\boxed{-2}}{{}^{\text{サ}}\boxed{5}}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}-\frac{1}{5}x\sin 2x\,dx=\frac{{}^{\text{シス}}\boxed{-1}}{{}^{\text{セソ}}\boxed{20}}$$



また，$x>0$ において

$$-\frac{1}{5}x\leqq-\frac{1}{5}x\sin 2x\leqq\frac{1}{5}x$$

より $y=f(x)$ のグラフは 2 直線 $y=\frac{1}{5}x$，$y=-\frac{1}{5}x$ によって挟まれる領域内に存在する。したがって $y=ax+b$ がこの領域と触れないように a，b を動かせばよい。

$$a>\frac{{}^{\text{タ}}\boxed{1}}{{}^{\text{チ}}\boxed{5}},\ b>{}^{\text{ツ}}\boxed{0}\quad \text{または}\quad a<\frac{{}^{\text{テト}}\boxed{-1}}{{}^{\text{ナ}}\boxed{5}},\ b<{}^{\text{ニ}}\boxed{0}$$

IV 座標平面上を運動する点 P$(x,\ y)$ の座標が，時刻 t において

$$x=-\sqrt{3}\,t^2+2\sqrt{3}\,t,\quad y=t^3-3t^2+2t$$

であり，時刻 t が $0\leqq t\leqq 1$ の範囲で変化したときの点 P の軌跡を曲線 C とする．

(a) 点 P の y 座標は $t=\dfrac{\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ をとる．

また，$0<t<1$ のとき，点 P における曲線 C の接線と x 軸とのなす鋭角が $\frac{\pi}{6}$ となるのは $t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のときである．

(b) 時刻 t における点 P の速さは $\boxed{\text{ケ}}t^2-\boxed{\text{コ}}t+\boxed{\text{サ}}$ と表される．また，曲線 C の長さは $\boxed{\text{シ}}$ である．

(c) 曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である．

解説

(a) $0\leqq t\leqq 1$ のとき，$\dfrac{dy}{dt}=3t^2-6t+2$ は $t=\dfrac{{}^{\text{ア}}\boxed{3}-\sqrt{{}^{\text{イ}}\boxed{3}}}{{}^{\text{ウ}}\boxed{3}}$ のときに正から負へと符号変化するので，このとき最大値をとる。

$y=\left(t^2-2t+\frac{2}{3}\right)(t-1)-\frac{2}{3}t+\frac{2}{3}$ と変形できることに注意すると，求める最大値は

$$\frac{{}^{\text{エ}}\boxed{2}\sqrt{{}^{\text{オ}}\boxed{3}}}{{}^{\text{カ}}\boxed{9}}$$

また，点 P における曲線 C の接線と x 軸とのなす鋭角が $\frac{\pi}{6}$ となるとき

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{3t^2-6t+2}{-2\sqrt{3}\,t+2\sqrt{3}}=\tan\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)$$

$0<t<1$ だから $\quad t=\dfrac{{}^{\text{キ}}\boxed{2}}{{}^{\text{ク}}\boxed{3}}$

(b)
$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2=(-2\sqrt{3}\,t+2\sqrt{3})^2+(3t^2-6t+2)^2$$
$$=9t^4-36t^3+60t^2-48t+16$$
$$=(3t^2-6t+4)^2$$

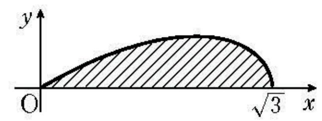
とかけるから，$3t^2-6t+4=3(t-1)^2+1>0$ より，求める速さは

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}={}^{\text{ケ}}\boxed{3}t^2-{}^{\text{コ}}\boxed{6}t+{}^{\text{サ}}\boxed{4}$$

この結果を用いると，$0\leqq t\leqq 1$ における C の長さは

$$\int_0^1(3t^2-6t+4)dt=\Big[t^3-3t^2+4t\Big]_0^1={}^{\text{シ}}\boxed{2}$$

(c) $x=-\sqrt{3}\,t(t-2)$，$y=t(t-1)(t-2)$ のグラフを考えると，$0\leqq t\leqq 1$ の範囲で x は 0 から $\sqrt{3}$ まで単調に増加し，y は 0 から $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ まで増加後，再び 0 になるまで減少するから，求める面積は



$$\int_0^{\sqrt{3}}y\,dx=\int_0^1(t^3-3t^2+2t)\frac{dx}{dt}dt$$
$$=-2\sqrt{3}\int_0^1(t^4-4t^3+5t^2-2t)dt$$
$$=-2\sqrt{3}\left[\frac{1}{5}t^5-t^4+\frac{5}{3}t^3-t^2\right]_0^1$$
$$=\frac{{}^{\text{ス}}\boxed{4}\sqrt{{}^{\text{セ}}\boxed{3}}}{{}^{\text{ソタ}}\boxed{15}}$$

講評

Ⅰ　古くからある設定の問題。1983年の京都大学，1986年の神戸大学，1993年の和歌山県立医大にかなり似た設定の類題あり（これらよりもまだ随分と古い入試問題にも，同設定の問題がある）。大問4つで60分の杏林大学において，大問1つあたり平均15分しかかけられないと考えると，本設問の完答は難しい。また，一度似た問題を経験していなければ，解くこと自体も随分と苦労するはずである。(b)の前半までができればよいだろう。

Ⅱ　これもよくある設定の問題で，YMSテキストに類題あり。図形的に考え，手早く処理していきたい問題ではあるが，(a)後半の円の中心と半径を求められなかった受験生も多かったのではないだろうか。ちなみに，中心と半径を求める際は，対称性を考慮して $y=0$ 上の xz 平面で考えてもよい。今回の試験問題の中では，解きやすい部類に入ると思われる。できれば完答したい。

Ⅲ　よくある極限の問題に見えるが，(2)が難しかったと思われる。(1)は完答したい問題。(2)は，与えられた $f(x)$ をうまく処理できれば，$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ までは計算が進んだのではないだろうか。ただし，後半の $y=ax+b$ との共有点を持たない条件は，図形的に考えて処理しないと難しく，手がつきにくかったであろう。

Ⅳ　今回の試験問題のセットでは，間違いなく最も簡単な問題。ただし，(a)(c)は解けても(b)が解けなかった受験生もいたかもしれない。速さを求める際には根号の中を2乗で表さなければならないが，$9t^4-36t^3+60t^2-48t+16$ の先頭と末尾の係数に着目して，さらに空欄の形式から $(3t^2-\bigcirc t+4)^2$ の形になるはずだと予想すべきである。あとは展開して係数比較を行えばよい。

総じて，昨年度の設問群よりも解きにくい問題が増えた。1次合格ラインは60％と思われる。

3−6C

xyz 空間に点C(0，2，2)を中心とする球面 $x^2+(y-2)^2+(z-2)^2=1$ と点A(0，0，3)がある。球面上の点Pと点Aとを通る直線が xy 平面と交わるとき，その交点をQ(a，b，0)とする。

(1)　点Cを通る直線が直線AQと垂直に交わるとき，その交点をHとする。$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=k\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を満たす実数 k を a，b で表せ。

(2)　(1)で定めたHについて，線分CHの長さを a，b で表せ。

(3)　点Pが球面上を動くとき，点Qの存在範囲を式で表し，xy 平面上に図示せよ。

【的中】　後期テキストより。

岩手医大 解答配布中！
数学の入試問題を再現して解答を作成しています。
ご希望の方は YMS受付窓口まで直接お越しください。
※発送等は行っておりません。窓口のみでの取り扱いとなっております。
※問題はあくまでも受験者からの聞き取りで作成しているため、解答も聞き取った問題に対するものであることを予めご了承ください。

YMS勝利への大逆転講座
医大別直前講習会　二次試験対策講座
・昭和Ⅱ 2/21㈫～2/28㈫　・杏林 1/23㈪
・埼玉(後) 2/9㈭～2/11㈯　申し込み受付中！
詳細はホームページをご覧いただくか、お電話にてお問い合わせください。
医学部専門予備校 YMS
TEL 03-3370-0410
www.yms.ne.jp
東京都渋谷区代々木1-37-14