

YMS 2017年度 解答速報

日本医科大学 前期

解答速報はYMSWEBにも掲載しています! <http://www.yms.ne.jp/>

【数学（解答）】

[I]

問1 $a_n = \frac{1}{3n-1}$ 問2 $\frac{n(3n+7)}{20(3n+2)(3n+5)}$ 問3 $\frac{1}{60}$

[II]

問1 -1 問2 -1 問3 $\frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ 問4 $\frac{1}{2}\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right)$

問5 $\frac{1}{2}\left(z^3 + \frac{1}{z^3}\right)$ 問6 $\frac{1}{8}$ 問7 $\frac{1}{2}$

[III]

$$\frac{2e^\pi}{\pi \log \pi}$$

[IV]

問1 $\frac{T}{S} = \frac{mn}{m^2+n^2+mn}$ 問2 $M = \frac{1}{3}$, 確率: $\frac{1}{6}$

問3 最小値: $\frac{6}{43}$, $(m, n) = (1, 6), (6, 1)$

[V]

問1 $p = \frac{a^2-d^2}{a-d\cos 2\theta}$, $q = \frac{b^2-d^2}{b-d\cos \theta}$

問2 a, b の条件: $a < 4b$, d の値の範囲: $d < \frac{4b-a}{3}$

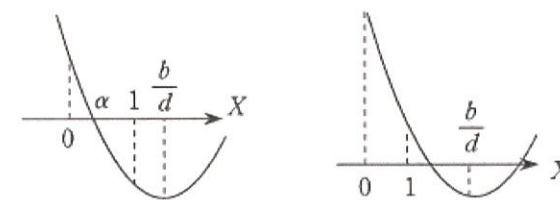
問3 問1より, $p = \frac{a^2-d^2}{a-d\cos 2\theta}$, $q = \frac{b^2-d^2}{b-d\cos \theta}$ なので,

$$\frac{q}{p} = \frac{(a-d\cos 2\theta)(b^2-d^2)}{(b-d\cos \theta)(a^2-d^2)} = \frac{b^2-d^2}{a^2-d^2} \cdot \frac{a-d(2\cos^2\theta-1)}{b-d\cos \theta}$$

ここで, $\cos \theta = X$ とおき, $f(X) = \frac{a-d(2X^2-1)}{b-dX} = \frac{2dX^2-a-d}{dX-b}$ とおく.

$$f'(X) = \frac{d(2dX^2-4bX+a+d)}{(dX-b)^2}$$

$0 < X < 1$ のとき, 2次関数 $g(X) = 2dX^2 - 4bX + a + d$ は次のようになるので,



増減表は下のようになる.

| | | | | | |
|---------|---|-----|----------|-----|---|
| X | 0 | ... | α | ... | 1 |
| $f'(X)$ | | + | 0 | - | |
| $f(X)$ | | ↗ | | ↘ | |

| | | | |
|---------|---|-----|---|
| X | 0 | ... | 1 |
| $f'(X)$ | | + | 0 |
| $f(X)$ | | ↗ | |

$0 < X < 1$ より, $f(X)$ の最小値は存在せず, $\frac{q}{p}$ の最小値も存在しない.

【数学（講評）】

例年は大問が3題だったが, 今年は5題に増加した。記述問題が増加した分, 少し書きにくかったことと思う。解ける問題さえ取れていれば, 合格ラインに届くのではないだろうか。

I, II, IV は相対的に見てかなり易しいので, I II IV を完答したい。III は難しく, V は(1)まで出来れば十分だろう。

1次合格ラインは60%と思われる。

類題

天国への数学 228 「1のn乗根」で, $x^2=1$, $x^2=i$ を扱った。

