

1

△ABCは、AB=AC=x、BC=2の二等辺三角形である。△ABCの外接円の半径をR、内接円の半径をrとする。

- (1) xのとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $\cos A + \cos B + \cos C$ の最大値とそのときのxの値を求めよ。
- (3) $\frac{r}{R}$ の最大値とそのときのxの値を求めよ。

- (1) $x > 1$
- (2) $x = 2$ のとき最大値 $\frac{3}{2}$
- (3) $x = 2$ のとき最大値 $\frac{1}{2}$

2

数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

- ・ $a_1 = 0$
- ・ $n \geq 2$ のとき、 a_n はxの3次方程式 $x^3 - 3x^2 - a_{n-1}x + a_{n-1} + 4 = 0$ の異なる実数解の個数とする。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) a_3 を求めよ。
- (3) $\sum_{k=1}^{1000} a_k$ を求めよ。
- (4) $\sum_{k=1}^{1000} ka_k$ を求めよ。
- (5) 積 $a_2 \times a_3 \times a_4 \times \dots \times a_{1000}$ の桁数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

- (1) $a_2 = 2$
- (2) $a_3 = 3$
- (3) 1998
- (4) 1000665
- (5) 260桁

3

a, bを実数とし、 $a > 0$ とする。曲線 $y = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x$ をCとし、点A(a, b)とする。

- (1) 点Aを通り、曲線Cに接する直線の本数を求めよ。
- (2) $b < 0$ とする。(1)の直線がちょうど2本であるとき、接線をそれぞれ l_1, l_2 とする。 l_1 と l_2 の方程式を求めよ。ただし l_1 の傾きは l_2 の傾きより小さいとする。
- (3) 曲線Cとその接線 l_1, l_2 とで囲まれる部分のうち、面積が小さいほうの面積を求めよ。

- (1) $y = f(x)$ とおく。 $f'(x) = 3x^2 + 6ax + 3a^2$ だから、C上の点(t, f(t))における接線は

$$y = f'(t)(x-t) + f(t) = (3t^2 + 6at + 3a^2)x - 2t^3 - 3at^2 \dots \dots \textcircled{1}$$

これが点Aを通るとき

$$b = (3t^2 + 6at + 3a^2)a - 2t^3 - 3at^2 = -2t^3 + 6a^2t + 3a^2 = g(t)$$

として

$$g'(t) = -6t^2 + 6a^2 = -6(t+a)(t-a)$$

より増減表は下図。

t	...	-a	...	a	...
g'(t)	-	0	+	0	-
g(t)	↘	-a ³	↗	7a ³	↘

$b = g(t)$ の交点の個数が、接線の本数と一致するので

$$b < -a^3, 7a^3 < b \text{ のとき } 1 \text{ 本, } b = -a^3, 7a^3 \text{ のとき } 2 \text{ 本, } -a^3 < b < 7a^3 \text{ のとき } 3 \text{ 本}$$

- (2) 題意より $b = -a^3$ のときである。このとき $b = g(t)$ を解くと $-a^3 = -2t^3 + 6a^2t + 3a^3$

$$2t^3 - 6a^2t - 4a^3 = 0$$

$$2(t+a)^2(t-2a) = 0 \quad \therefore t = -a, 2a$$

- ①に $t = -a, 2a$ を代入すると、求める答えは順に

$$l_1: y = -a^3, l_2: y = 27a^2x - 28a^3$$

- (3) 求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^a \{f(x) - l_1\} dx + \int_a^{2a} \{f(x) - l_2\} dx \\ &= \int_{-a}^a (x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3) dx + \int_a^{2a} (x^3 + 3ax^2 + 3a^2x - 27a^2x + 28a^3) dx \\ &= \int_{-a}^a (x+a)^3 dx + \int_a^{2a} \{(x+a)^3 - 27a^2x + 27a^3\} dx \\ &= \int_{-a}^{2a} (x+a)^3 dx + 27a^2 \int_a^{2a} (-x+a) dx \\ &= \left[\frac{(x+a)^4}{4} \right]_{-a}^{2a} + 27a^2 \left[-\frac{1}{2}x^2 + ax \right]_a^{2a} \\ &= \frac{81}{4}a^4 + 27a^2 \left(-\frac{1}{2}a^2 \right) \\ &= \frac{27}{4}a^4 \end{aligned}$$

講評

- ① 基本問題である。確実に取りたい。また、(2)(3)はそれぞれ、最大になるときが、正三角形であることに気付けば、計算は要らない。
- ② 周期性に気付く問題。(4)の計算の煩雑さを乗り切れることができるかがポイントになるだろう。なお、この問題の類題はYMSの前期テキスト(数II B 11-6C)で扱っている。



大的中!!

11-6C

数列 $\{a_n\}$ は漸化式 $a_n - a_{n+1} + a_{n+2} = 0$ ($n \geq 1$)を満たし、 $a_1 = 1, a_2 = 4$ である。

- (1) a_4 を求めよ。
- (2) $\sum_{k=1}^{94} a_k$ を求めよ。
- (3) $\sum_{k=1}^{94} ka_k$ を求めよ。

YMSの前期テキスト(数II B 11-6C)より

- ③ 3次関数の接線に関する基本問題だが、計算が煩雑になるので、意外に点数を取ることが難しいのではないかと。(3)は3次関数の平行移動に気付かないと、計算は大変になる。方針が簡単な問題ばかりなので、計算ミスをしてないことがポイントとなる。80%が1次合格ラインか。

YMS入学説明会 開催中!

YMS入塾説明会では高い合格実績を誇るYMSの授業や指導方法について、専任講師が詳しくお話しさせていただきます。

YMS認定合格制度

医学部一次合格+面接

詳細はホームページをご覧ください。お電話にてお問い合わせください。

TEL 医学部専門予備校 **03-3370-0410**

YMS www.yms.ne.jp

東京都渋谷区代々木1-37-14