



2023年度

# 杏林大学 医学部 一般 入試問題

2023年1月20日実施

## YMSの「数学 冬期特別講座」から 入試問題がズバリ的中!!

### 実際の入試問題

I 複数の玉が入った袋から玉を1個取り出して袋に戻す事象を考える。どの玉も同じ確率で取り出されるものとし、 $n$ を自然数として、以下の問いに答えよ。

- (1) 袋の中に赤玉1個と黒玉2個が入っている。この袋の中から玉を1個取り出し、取り出した玉と同じ色の玉をひとつ加え、合計2個の玉を袋に戻すという試行を繰り返す。 $n$ 回目の試行において赤玉が取り出される確率を $p_n$ とすると、次式が成り立つ。

$$p_2 = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, p_3 = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$$

- (2) 袋の中に赤玉3個と黒玉2個が入っている。この袋の中から玉を1個取り出し、赤玉と黒玉を1個ずつ、合計2個の玉を袋に戻す試行を繰り返す。 $n$ 回目の試行において赤玉が取り出される確率を $P_n$ とすると、次式が成り立つ。

$$P_2 = \frac{\text{オカ}}{\text{キク}}, P_3 = \frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$$

$n$ 回目の試行開始時点で袋に入っている玉の個数 $M_n$ は $M_n = n + \text{ス}$ であり、この時点で袋に入っていると期待される赤玉の個数 $R_n$ は $R_n = M_n \times P_n$ と表される。 $n$ 回目の試行において黒玉が取り出された場合のみ、試行後の赤玉の個数が試行前と比べてセ個増えるため、 $n+1$ 回目の試行開始時点で袋に入っていると期待される赤玉の個数は $R_{n+1} = R_n + (1 - P_n) \times \text{セ}$ となる。したがって、

$$P_{n+1} = \frac{n + \text{ソ}}{n + \text{タ}} \times P_n + \frac{1}{n + \text{チ}}$$

が成り立つ。このことから、

$$(n+3) \times (n + \text{ツ}) \times \left( P_n - \frac{\text{テ}}{\text{ト}} \right) \text{が} n \text{に依らず一定}$$

となることがわかり、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$$

と求められる。



# 「ポリアの壺」 が的中!!

### YMS 2023年度 冬期特別講座

A-15

ポリアの壺

壺の中に赤球が3個、白球が2個入っている。無作為に1つ球を取り出し、色を見て元へ戻し同じ色の球をさらに1つ加える。引き続いて1つの球を取り出し、色を見てその球および1個の同色の球を壺の中に加える。3回目にまた1つの球を取り出す。このとき、 $k$ 回目に赤球が出るという事象を $A_k$ とする( $k = 1, 2, 3$ )。

3回とも赤球が出る確率 $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ はコであり、また $P(A_3)$ はサである。さらに、条件付き確率 $P_{A_3}(A_2)$ はシである。



## 知っているのと 一瞬で答えが出る!