ズバリ的中

# 2023年度 日本医科大学 一般前期 入試問題

2023年2月2日実施

## YMSの「数学 冬期特別講座」と「模試」から入試問題がズバリ的中!!

### 実際の入試問題

[III] $n=1,2,3,\cdots$ に対して，$\left(\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}x+1\right)^{n+2}$ の展開式の $x^3$ の係数を $A_n$ とするとき，以下の問 1～問 3 の空欄に適する 1 以上の整数を求めよ。問 4 については導出過程も記せ。

問 1 $A_n=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\left(n+\boxed{ウ}\right)\left(n+\boxed{エ}\right)\left(n+\boxed{オ}\right)$ (ただし，$\boxed{ウ}<\boxed{エ}<\boxed{オ}$) である。

問 2 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}\sum_{k=1}^{n}A_k=\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

問 3 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{A_k}=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

模試でも極限を求める問題！

問 4 問 1 で求めた $A_n$ に関して $a_n=n+\boxed{ウ}$，$b_n=n+\boxed{エ}$，$c_n=n$ ... とき，極限

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\left\{\frac{(a_n+b_n+c_n)!}{n!}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

を求めよ。ただし，必要ならば $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{\log t}{t}=0$ を証明なしに用いてよい。

「Σ計算と無限級数」が的中!!

### YMS 2023年度 冬期特別講座

B-36 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ の証明

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ を次の 2 通りの方法で示せ。

(1) 恒等式 $(k+1)^4-k^4=4k^3+6k^2+4k+1$ を利用する。

(2) 恒等式 $k^3=k(k+1)(k+2)+ak(k+1)+bk+c$ を利用する $(a=-3,\ b=1,\ c=0)$.

### YMS 2023年度 模擬試験

$p,\ q,\ r$ を実数とし，数列 $\{a_n\}$ を次のように定める．

$$a_n=\frac{pn^2+qn+r}{n(n+1)(n+2)(n+3)}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

以下の設問 (1)～(4) の $\boxed{シ}$～$\boxed{ノ}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) $a_1=\frac{1}{6}$，$a_2=\frac{1}{12}$，$a_3=\frac{1}{20}$ のとき，$p=\boxed{シ}$，$q=\boxed{ス}$，$r=\boxed{セ}$ である．このとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}a_k=\boxed{ソ}$ である．

(2) $p=1$，$q=2$，$r=0$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{n(5n+\boxed{タ})}{\boxed{チ}(n+2)(n+3)}$ である．また，$p=0$，$q=0$，$r=1$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{n(n^2+\boxed{ツ}n+\boxed{テ})}{\boxed{ト}(n+1)(n+2)(n+3)}$ である．

(3) $p=0$，$q=6$，$r=6$ のとき，$a_n=\dfrac{\boxed{ナ}}{n}-\dfrac{\boxed{ニ}}{n+2}+\dfrac{\boxed{ヌ}}{n+3}$ である．また，無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}a_k=\boxed{ネ}$ である．

(4) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\dfrac{2n+5}{3^n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定める．$p,\ q,\ r$ が (1) で定めた値であるとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}a_kb_k=\boxed{ノ}$ である．