解答速報

慶應義塾大学医学部　物理

2024年 2月19日実施

【解答】

Ⅰ　問1　下限：③　上限：⑥

問2　$3.7\times10^3\,\mathrm{m}$

問3 (a) ア：12　イ：13　ウ：14　エ：6　オ：7

(b) $\boxed{\text{カ}}$ ①　$\boxed{\text{キ}}$ ⑤

(c) 1.9×10^4 年前

Ⅱ　問1 (a) CV_0　(b) $\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$　(c) I　(d) $-\dfrac{Q}{LC}$

問2 (e) I_3　(f) $\boxed{\text{オ}}$ $-L\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}-L_3\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t}$　$\boxed{\text{カ}}$ $-L\dfrac{\Delta I_2}{\Delta t}-L_3\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t}$　(g) $-\dfrac{Q_{全}}{(L+2L_3)C}$

(h) $\dfrac{1}{2\pi\sqrt{(L+2L_3)C}}$　(i) $Q_{全}=(q_1+q_2)\cos(2\pi f_{全}t)$　(j) $\dfrac{\Delta Q_{差}}{\Delta t}=I_{差}$, $\dfrac{\Delta I_{差}}{\Delta t}=-\dfrac{Q_{差}}{LC}$

(k) $\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$　(l) $Q_{差}=(q_1-q_2)\cos(2\pi f_{差}t)$

(m) (i)より $q_2=-q_1$ のとき $Q_{全}=0$ であるから，コイル3に流れる電流は常にゼロ。したがって，コイル3の誘導起電力はゼロ。

(n) 名称：うなり　特徴：音の強度が時間的に変化し，その振動数は $f_{差}-f_{全}$ である。

Ⅲ　問1　$2DRP$，y 軸正の向き

問2 (a) $\dfrac{mv^2}{2r\sin\dfrac{\pi}{n}}$　(b) ρv^2　(c) $\rho\dfrac{v^2}{r}$

問3 $\boxed{\text{ア}}$ mv　$\boxed{\text{イ}}$ $\dfrac{s}{v}$　$\boxed{\text{ウ}}$ $\dfrac{mv^2}{s}$

(d) $\boxed{\text{エ}}$ ρv^2，外力が紐にした仕事が紐の運動エネルギー増加の他に紐で生じる熱等に使われる。

問4 (e) $2\rho v^2$　(f) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{v^2}{g}-H\right)$

問5　想定1：$v=\sqrt{2gH}$，$L=\dfrac{H}{2}$　想定2：$v=\sqrt{gH}$，$L=0$

問6　想定1：問3(d) の考察より，紐が運動をはじめる際にも熱や音によって力学的エネルギーが失われるため，力学的エネルギーが保存するという仮定に問題がある。

想定2：運動しているビーズ紐を一つの系と考えた時，運動方向に等速で動くためには，この系が受けている力「1. 系がコップ側の糸から受けている張力」「2. 高さ H 部分のビーズ紐に働く重力」「3. 系が床から受けている垂直抗力」の3力がつりあっている必要がある。よって「床からの高さ H において落下する紐の張力は，そこから下部の落下している紐に作用する重力に等しい」という文に問題がある。

【講評】

Ⅰ　小問集合

問２と問３は完答必須。本学受験生であれば，問１（2010 年に類題が出題）も解答したい。

Ⅱ　電気振動

誘導が丁寧であるため，本学受験生であれば完答を目指したい。差が付くとすれば(m)の理由まで解答できたかどうかくらいであろう。

Ⅲ　ひもの運動のモデル

時間がかかる上に所々でミスをしやすいため，４割程度解答できれば十分であろう

【総評】

Ⅲの正答率が低いであろうことを考慮すると，昨年に比べてやや難化。正規合格ラインは，［Ⅰ］８～９割，［Ⅱ］８～９割，［Ⅲ］４割の「合計７割」と思われる。1 次通過ラインは「合計６割」程度か。

【解説】

Ⅰ　問１　人が聞くことができる音の振動数は　20Hz～20kHz

問２　圧力Pは$P=\frac{F}{S}$で表せ，$F=mg\ =\ \rho rSg$なので，$P=\frac{\rho rSg}{S}\ =\ \rho rg$

$$\therefore r=\frac{P}{\rho g}=\frac{1.0\times10^8}{2.7\times10^3\times10}=3.7\times10^3\ \mathrm{m}$$

問３ (a)(b)　天然に存在する炭素の同位体は ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ ， ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ ， ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の３種類である。

${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ のβ崩壊は ${}^{14}_{6}\mathrm{C}\to{}^{14}_{6}\mathrm{N}+{}^{0}_{-1}\mathrm{e}+\overline{\nu_{\mathrm{e}}}$　また，${}^{14}_{6}\mathrm{N}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\to{}^{14}_{6}\mathrm{C}+{}^{1}_{1}\mathrm{H}$

(c)　半減期の公式　$\frac{1}{10}N_0=N_0(\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}}$より

$$t=\frac{T}{\log_{10}2}=\frac{5.7\times10^3}{0.30}=1.9\times10^4\ \text{年前}$$

Ⅱ 問１　(a)　$q_0=CV_0$　(b)　$f_0=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$　(c)　$I=\frac{dQ}{dt}$

(d)　コイルの誘導起電力は，電流と逆向きを正として，$V=L\dfrac{dI}{dt}$の形になるので，

回路方程式は，　$L\frac{dI}{dt}+\frac{Q}{C}=0$　　$\therefore\frac{dI}{dt}=-\frac{Q}{LC}$

問２　(e)　$I_3=I_1+I_2$，$I_1=\dfrac{dQ_1}{dt}$，$I_2=\dfrac{dQ_2}{dt}$　$\therefore I_3=\dfrac{dQ_1}{dt}+\dfrac{dQ_2}{dt}=\dfrac{d\left(Q_1+Q_2\right)}{dt}=\dfrac{dQ_{\text{全}}}{dt}$

(f)　回路方程式は，$\dfrac{Q_1}{C}+L\dfrac{dI_1}{dt}+L_3\dfrac{dI_3}{dt}=0$　$\therefore\dfrac{Q_1}{C}=-\left(L\dfrac{dI_1}{dt}+L_3\dfrac{dI_3}{dt}\right)\cdots$(エ)

同様に，$\dfrac{Q_2}{C}+L\dfrac{dI_2}{dt}+L_3\dfrac{dI_3}{dt}=0$　$\therefore\dfrac{Q_2}{C}=-\left(L\dfrac{dI_2}{dt}+L_3\dfrac{dI_3}{dt}\right)\cdots$(オ)

(g)　(エ)＋(オ)より，$\dfrac{Q_1+Q_2}{C}=-\left\{L\left(\dfrac{dI_1}{dt}+\dfrac{dI_2}{dt}\right)+2L_3\dfrac{dI_3}{dt}\right\}$，

また，$I_3=I_1+I_2$，$Q_1+Q_2=Q_{\text{全}}$であることから，

$$\frac{Q_{\text{全}}}{C}=-(L+2L_3)\frac{dI_3}{dt}\qquad\therefore\frac{dI_3}{dt}=-\frac{Q_{\text{全}}}{(L+2L_3)C}$$

(h)　(ウ)(カ)より，$\ddot{Q}_{\text{全}}=-\dfrac{Q_{\text{全}}}{(L+2L_3)C}$　よって，角振動数は$\omega_{\text{全}}=\dfrac{1}{\sqrt{(L+2L_3)C}}$

$$\therefore f_{\text{全}}=\frac{\omega_{\text{全}}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{(L+2L_3)C}}$$

(i)　初期条件$\left(t=0\text{ のとき，}Q_{\text{全}(0)}=q_1+q_2\right)$を考えると，$Q_{\text{全}}=\left(q_1+q_2\right)\cos2\pi f_{\text{全}}t$

(j) $Q_{差}=Q_1-Q_2$　ここに(エ)(オ)を代入して,

$$Q_{差}=-C\left(L\frac{dI_1}{dt}+L_3\frac{dI_3}{dt}\right)+C\left(L\frac{dI_2}{dt}+L_3\frac{dI_3}{dt}\right)=-LC\left(\frac{dI_1}{dt}-\frac{dI_2}{dt}\right)=-LC\frac{dI_{差}}{dt}$$

$$\therefore\quad \frac{dI_{差}}{dt}=-\frac{Q_{差}}{LC}$$

$$I_{差}=I_1-I_2=\frac{dQ_1}{dt}-\frac{dQ_2}{dt}=\frac{dQ_{差}}{dt}$$

(k)　(j)より，$\ddot{Q}_{差}=-\dfrac{Q_{差}}{LC}$　よって，$\omega_{差}=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$　$\therefore f_{差}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

(l)　初期条件$\left(t=0\text{ のとき，}Q_{差(0)}=q_1-q_2\right)$を考えると，$Q_{差}=(q_1-q_2)\cos 2\pi f_{差}t$

Ⅲ 問 1 切り抜かれた半円部分の気体に着目し，半円に触れている部分が受ける力をF_0とすると力のつり合いより　$F_0=P\times 2DR=2PDR$

よって作用反作用の法則より，求める力はy 軸正の向きに大きさ$2PDR$

問 2 (a) 円運動の半径方向の運動方程式より $m\frac{v^2}{r}=2T\sin(\frac{\pi}{n})$　$\therefore$　$T=\frac{mv^2}{2r\sin(\frac{\pi}{n})}$

(b) このとき $\sin(\frac{\pi}{n})\fallingdotseq\frac{\pi}{n}$ の近似を用いると　$T\fallingdotseq\frac{mv^2}{2r(\frac{\pi}{n})}$ となり，$\rho=\frac{m}{s}$,　$ns=2\pi r$ を代入して整理すると $T=\rho v^2$

(c)　ビーズが受ける遠心力の合計は　$F=n\times m\frac{v^2}{r}=n\rho s\frac{v^2}{r}$ なので単位時長さあたりの遠心力の大きさは $\frac{F}{ns}=\frac{\rho v^2}{r}$

問 3　ア．mv　　イ．$\frac{s}{v}$

ウ．力は単位時間あたりの力積であるから　$f=\frac{mv}{\frac{s}{v}}=\frac{mv^2}{s}$

(d)　$\rho=\frac{m}{s}$ より $f=\rho v^2$　このとき外力 f のする仕事率 P'は　$P'=fv=\rho v^3$

紐が単位時間に得る運動エネルギー $\varDelta K$ は $\varDelta K=\frac{1}{2}(\rho v)v^2=\frac{1}{2}\rho v^3$であるから，$\varDelta K=\frac{1}{2}P'$ となる。これは，外力が紐にした仕事が熱や音などのエネルギーにも変換していることを表す。

問 4　(e) 求める遠心力の合力 F は鉛直上向きとなり、問 1 の結果より$F=\frac{\rho v^2}{r}\times 2r=2\rho v^2$

(f)　題意より　$F=f+\rho(2L+H)g$　$\therefore L=\frac{1}{2}(\frac{v^2}{g}-H)$　・・・①

問 5　想定 1：題意より，机の上に静止した紐の位置エネルギーが床に移動すると考えて

$$\rho vgH=\frac{1}{2}(\rho v)v^2\qquad\therefore\ v=\sqrt{2gH}$$

これを ① に代入して $L=\frac{H}{2}$

想定 2：床からの高さH で落下している紐の張力をT'とすると $T'=f(=\rho v^2)$,　$T'=\rho Hg$

2 式より　$v=\sqrt{gH}$　これを ① に代入して $L=0$