2025年度　東邦大学入試予想　解答の訂正

解答の図（赤字部分）に関して誤りがありました。お詫びして訂正いたします。

$\boxed{7}$

$\alpha = 3i$, $\beta = 4 + i$ とする。複素数 z が $\arg\left(\dfrac{\beta - z}{\alpha - z}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ を満たして変化するとき，$|z|$ がとり得る値の最大値は $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また，そのときの z の実部は $\boxed{\text{エ}} + \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

解答

（前半）$2\sqrt{2} + \sqrt{5}$

（後半）$2 + \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

解説

複素数平面上で，A(α)，B(β)，P(z) とすると，

$\alpha - z$ は $\overrightarrow{\mathrm{PA}}$,

$\beta - z$ は $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$

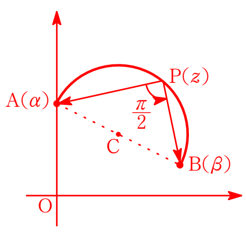
を表し，

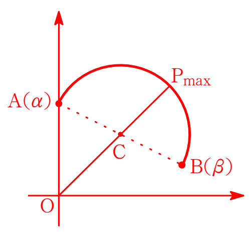
$\arg\left(\dfrac{\beta - z}{\alpha - z}\right)$ は $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ のなす角$\left(\overrightarrow{\mathrm{PA}}\text{から}\overrightarrow{\mathrm{PB}}\text{へ測った角}\right)$

を表している。

よって，$\arg\left(\dfrac{\beta - z}{\alpha - z}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ を満たす点 P は，図のような AB を直径とする半円を描く。（両端は含まず。）

この半円の中心は AB の中点 C$(2 + 2i)$ であり，半径は BC $= \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ である。





$|z| = \left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|$ が最大となるのは，

3点 O，C，P が一直線上にあるときだから，

$|z|$ の最大値は，OC＋(半径$\sqrt{5}$) $= \underline{\mathbf{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}}$

このとき，xy 平面上で考えて，点 P は

$$\begin{cases} \text{半円}: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 5 \ (\text{直線 AB の上側}) \\ \text{直線 OC}: y = x \end{cases}$$

の交点であるから，連立して解いて，

$$\mathrm{P}\left(2 + \frac{\sqrt{10}}{2},\ 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$$

とわかるので，求める z の実部は $\underline{\mathbf{2 + \dfrac{\sqrt{10}}{2}}}$