ズバリ的中

2025年度 東京慈恵会医科大学 一般 数学 入試問題

2025年2月11日実施

YMS「慈恵直前講習会(最終)」から入試問題がズバリ大的中!!

実際の入試問題

2. 次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数とする。

(1) 3 以上の自然数 n について，次の不等式が成り立つことを示せ。

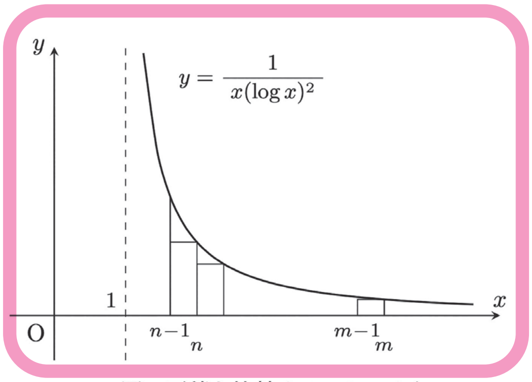
$$\frac{1}{2\log(n+1)} \leqq \int_0^1 \frac{x}{\log(x+n)}dx \leqq \frac{1}{2\log n}$$

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{1}{x(\log x)^2}dx$ を求めよ。

(3) $m \geqq n$ をみたす 3 以上の自然数 m，n について，次の不等式が成り立つことを示せ

$$\frac{1}{\log n} - \frac{1}{\log(m+1)} \leqq \sum_{k=n}^{m} \frac{2}{k\log k}\int_0^1 \frac{x}{\log(x+k)}dx \leqq \frac{1}{\log(n-1)} - \frac{1}{\log m}$$

解答



ここで，図の面積を比較することにより，

$$\sum_{k=n}^{m} \frac{1}{k(\log k)^2} \leqq \int_{n-1}^{m} \frac{1}{x(\log x)^2}dx$$

「数列の和の評価」が大的中!!

YMS 直前講習 慈恵最終 数学

直前講習

1. xy 平面上の曲線 $y=(\log x)^2$ $(x>0)$ を C とする．このとき，次の問いに答えよ．ただし，対数は自然対数とする．

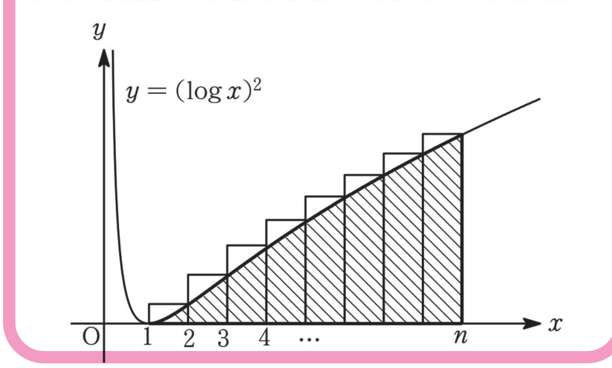
(1) n は $n \geqq 2$ の自然数とする．C と x 軸および直線 $x=n$ で囲まれた部分の面積 S_n を n を用いて表せ．

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n(\log n)^2}\sum_{k=1}^{n}(\log k)^2$ を求めよ．

解答

まず，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(\log k)^2$ を評価することを考える．

次の図の斜線部分の面積と長方形の面積の和の大小を比較して



合否を分ける YMSの直前講習