医学部専門予備校 YMS　医学部進学予備校 メビオ　医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

順天堂大学医学部　数学

2026年 2月 3日実施

I 　$\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。

(1) (a)　方程式 $2^{x-2}-2^{2-x}=\dfrac{31\sqrt{2}}{8}$ の解は $x=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(b)　方程式 $x^{3+\log_2 x}=4^{\log_x 4}$ の解は $x=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$, $\boxed{オ}$ である。

(c)　$0\leqq x\leqq\pi$ のとき，$2\sin 2x-2\sqrt{3}\sin x-2\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}\leqq 0$ を満たす x の範囲は $\boxed{カ}\leqq x\leqq\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\pi$, $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi\leqq x\leqq\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\pi$ である。

解答

(1) (a)　$t=2^{x-2}$ とおくと与えられた方程式は $t-t^{-1}=\dfrac{31\sqrt{2}}{8}$ となる。辺々に t を掛けて整理することで $t^2-\dfrac{31\sqrt{2}}{8}t-1=0$ を得る。これを解くと

$$t=\frac{\dfrac{31\sqrt{2}}{8}\pm\sqrt{\dfrac{961}{32}+4}}{2}=\frac{\dfrac{31\sqrt{2}}{8}\pm\dfrac{33\sqrt{2}}{8}}{2}=4\sqrt{2},\ -\frac{1}{4\sqrt{2}}$$

である。$t>0$ であるため $t=4\sqrt{2}$ である。よって $2^{x-2}=2^{\frac{5}{2}}$ であるため，$x=\boldsymbol{\dfrac{9}{2}}$

注釈

$8t^2-31\sqrt{2}t-8=0\iff(8t+\sqrt{2})(t-4\sqrt{2})=0$ と因数分解してもよい。

(b)　底および真数の条件により x は 1 以外の正の実数である。

方程式の辺々に $\log_x$ を取ると $3+\log_2 x=(\log_x 4)^2$ を得る。$\log_x 4=\dfrac{\log_2 4}{\log_2 x}=\dfrac{2}{\log_2 x}$ であるため，$s=\log_2 x$ とおくと，方程式

$$3+s=\frac{4}{s^2}$$

を得る。整理して $s^3+3s^2-4=0$ を得る。左辺を因数分解すると $(s-1)(s+2)^2=0$ となるため，$s=1,\ -2$ である。$\log_2 x=1,\ -2$ を解くことで $x=\boldsymbol{\dfrac{1}{4}}$，$\boldsymbol{2}$ を得る。(x の条件を満たす。)

(c)　二倍角の公式より

$$(\text{左辺})=4\sin x\cos x-2\sqrt{3}\sin x-2\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}=(2\sin x-\sqrt{2})(2\cos x-\sqrt{3})$$

となる。よって求める x の範囲は

$$\sin x \leqq \frac{\sqrt{2}}{2},\ \cos x \geqq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

または

$$\sin x \geqq \frac{\sqrt{2}}{2},\ \cos x \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

の解である。

$$\begin{aligned}\sin x \leqq \frac{\sqrt{2}}{2} &\iff 0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi \leqq x \leqq \pi \\ \cos x \geqq \frac{\sqrt{3}}{2} &\iff 0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{6}\end{aligned}$$

より，このとき $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{6}$ である。

$$\begin{aligned}\sin x \geqq \frac{\sqrt{2}}{2} &\iff \frac{\pi}{4} \leqq x \leqq \frac{3}{4}\pi \\ \cos x \leqq \frac{\sqrt{3}}{2} &\iff \frac{\pi}{6} \leqq x \leqq \pi\end{aligned}$$

より，このとき $\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{3}{4}\pi$ である。以上より解は $\boldsymbol{0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{3}{4}\pi}$ である。

$\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\phantom{\text{ア}}}$ に適する解答をマークせよ。

(2) (a) 1 個のさいころを 1 回投げて，出た目と同じ枚数のコインを投げる。このとき，表が 1 枚も出ない確率は

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエオ}}}$$

である。

(b) 1 個のさいころを 1 回投げて，出た目と同じ枚数のコインを投げる。このとき，1 枚だけ表が出る確率は

$$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

である。

(c) 1 個のさいころを 2 回投げて，出た目の和と同じ枚数のコインを投げる。このとき，1 枚だけ表が出る確率は

$$\frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シスセソ}}}$$

である。

$\boxed{\text{解答}}$

(2) (a) n 回コインを投げてすべて裏の確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ であるため，求める確率は

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{6}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}=\boldsymbol{\frac{21}{128}}$$

(b) n 回コインを投げて 1 枚だけ表の確率は ${}_n\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=\dfrac{n}{2^n}$ であるため，

$$\begin{aligned}\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{2^2}+\cdots+\frac{1}{6}\cdot\frac{6}{2^6}&=\frac{32+32+24+16+10+6}{6\cdot 2^6}\\&=\frac{120}{6\cdot 2^6}=\boldsymbol{\frac{5}{16}}\end{aligned}$$

である。

$\boxed{\text{別解}}$

求める確率を P とすると

$$\begin{aligned}P-\frac{1}{2}P&=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^6}\right)-\frac{1}{6}\cdot\frac{6}{2^7}\\&=\frac{63}{384}-\frac{3}{384}\\&=\frac{60}{384}=\frac{5}{32}\end{aligned}$$

と計算される。よって $P=\boldsymbol{\dfrac{5}{16}}$ である。

(c)　求める確率は

$$\begin{aligned}&\frac{1}{36}\cdot\frac{2}{2^2}+\frac{2}{36}\cdot\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{6}{36}\cdot\frac{7}{2^7}+\frac{5}{36}\cdot\frac{8}{2^8}+\cdots+\frac{1}{36}\cdot\frac{12}{2^{12}}\\&=\frac{2048+3072+3072+2560+1920+1344+640+288+120+44+12}{36\cdot 2^{12}}\\&=\frac{15120}{36\cdot 2^{12}}=\mathbf{\frac{105}{1024}}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{注釈}}$

求める確率は，2 個のさいころの出る目を k，l とすると

$$\sum_{1\leqq k,\ l\leqq 6}(k+l)\left(\frac{1}{2}\right)^{k+l}\cdot\frac{1}{36}$$

である。これは，さいころ 2 個を投げて出た目が k，l であるとき，得点 $Z=(k+l)\left(\frac{1}{2}\right)^{k+l}$ を得る試行を行うときの Z の期待値と見ることができる。このことに気づけると，解答は $\frac{21}{128}\cdot\frac{5}{16}\times 2$ と求めることができる。

$\boxed{\text{I}}$ $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。

(3) 次の $\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の (A)〜(D) から選べ。

(a) 連続関数 $f(x)$ について，すべての実数 a，b に対して $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = \frac{b^3-a^3}{3}$ となることは $f(x)=x^2$ であるための $\boxed{\text{ア}}$。

(b) 異なる 2 つの正の整数 a，b について，$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ が無理数であることは $\sqrt{ab}$ が無理数であるための $\boxed{\text{イ}}$。

(c) 2 次以上の多項式 $\mathrm{P}(x)$ が異なる実数 α，β に対して $\mathrm{P}(\alpha)=\mathrm{P}(\beta)=0$ となることは $\mathrm{P}(x)$ が $(x-\alpha)(x-\beta)$ で割り切れるための $\boxed{\text{ウ}}$。

(d) 複素数平面上の異なる 3 点 $\mathrm{O}(0)$，$\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$ について，$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ が成り立つことは $\triangle\mathrm{OAB}$ が二等辺三角形になるための $\boxed{\text{エ}}$。

(e) 平面上の 2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ について，$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$，$\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ で $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないとする。点 C の位置ベクトルが $s\vec{a}+t\vec{b}$ (s，t は定数) で与えられるとき，$s+t=1$ であることは点 C が線分 AB の内分点であるための $\boxed{\text{オ}}$。

(A) 必要十分条件である
(B) 必要条件であるが，十分条件でない
(C) 十分条件であるが，必要条件でない
(D) 必要条件でも十分条件でもない

$\boxed{\text{解答}}$

(3) (a) **(A)**

$\Rightarrow$

$F(x)=\displaystyle\int_0^x f(x)\,dx$ $(x=b-a)$ とおくと，条件より $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3$ である。両辺 x で微分して $f(x)=x^2$ を得る。

$\Leftarrow$

そのまま積分を計算すればよい。

(b) **(B)**

$\not\Rightarrow$

$a=b=2$ とすると，$\sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{2}$ は無理数だが，$\sqrt{ab}=2$ は無理数にならない。

$\Leftarrow$

$\sqrt{ab}$ が無理数であるとき，$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$ は無理数になる。$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ が無理数ではないと仮定すると $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ が無理数であることと反する。よって $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ は無理数である。

(c) **(A)**

$\Rightarrow$，$\Leftarrow$

因数定理に従う。

(d) **(C)**

$\Rightarrow$

辺々に $\alpha - \beta$ を掛けると $\alpha^3 - \beta^3 = 0$ を得る。よって $|\alpha| = |\beta|$ を得る。ゆえに $\triangle$OAB は OA $=$ OB の二等辺三角形である。

$\not\Leftarrow$

$\alpha = 1,\ \beta = i$ のとき，$\triangle$OAB は二等辺三角形であるが $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = 1 + i - 1 = i \fallingdotseq\!\!\!\!/\ 0$ である。

(e) **(B)**

$\not\Rightarrow$

$s = -2,\ t = 3$ のときなどは内分点にならない。

$\Leftarrow$

点 C が内分点である場合，点 C の位置ベクトルは，ある実数 u $(0 \leqq u \leqq 1)$ に対して $u\overrightarrow{a} + (1-u)\overrightarrow{b}$ と表されるため，$s + t = 1$ である。

Ⅱ $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。ただし，同一問題で同じ記号の $\boxed{}$ がある場合は同一の値が入る。

$\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。ただし，同じ記号の $\boxed{}$ がある場合は同一の値がはいる。また，$\boxed{エ}$ ～ $\boxed{ケ}$ に当てはまるものを選択肢 (A)～(D) から選べ。

(1) 楕円 $x^2+2y^2=4$ を x 軸方向に 1, y 軸方向に -2 だけ平行移動した楕円の方程式は $x^2+2y^2-\boxed{ア}x+\boxed{イ}y+\boxed{ウ}=0$ である。

(2) 座標平面上の点 $(x,\ y)$ を原点中心に θ 回転して得られる点の座標を $(X,\ Y)$ とする。複素数平面上で点 $X+iY$ と点 $x+iy$ を考えると，

$$X+iY=(\alpha+i\beta)(x+iy)$$

となる。ここで，$\alpha=\boxed{エ}$, $\beta=\boxed{オ}$ である。これより，

$$X=ax+by,\ Y=cx+dy\ \cdots\cdots①$$

を得る。ここで，$a=\boxed{カ}$, $b=\boxed{キ}$, $c=\boxed{ク}$, $d=\boxed{ケ}$ である。

選択肢： (A) $\sin\theta$ (B) $-\sin\theta$ (C) $\cos\theta$ (D) $-\cos\theta$

(3) 曲線 $C_1:3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2-(12+4\sqrt{3})x+(2-8\sqrt{3})y-4+8\sqrt{3}=0$ について考える。
曲線 C_1 は原点に関して対称な曲線 $C_2:3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2=\boxed{コサ}$ を x 軸方向に $\boxed{シ}$, y 軸方向に $\boxed{ス}$ だけ平行移動した曲線である。
また，(2) の ① を用いると，曲線 C_2 は x 軸および y 軸に関して対称な曲線
$C_3:\boxed{セ}x^2-\boxed{ソ}y^2=\boxed{コサ}$ を原点の周りに $\dfrac{\pi}{6}$ 回転した曲線であることがわかる。
曲線 C_3 は焦点 $(\pm\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}},\ 0)$，漸近線 $y=\pm\dfrac{\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}x$ を持つ双曲線である。したがって，曲線 $C_1,\ C_2$ も双曲線であり, C_1 の漸近線はともに点 $(\boxed{ナ},\ \boxed{ニ})$ を通り, 傾きがそれぞれ $\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネ}}\pm\sqrt{\boxed{ノ}}$ で与えられる 2 直線である。

解答

(1) $(x-1)^2+2(y+2)^2=4$ を展開して $\boldsymbol{x^2+2y^2-2x+8y+5=0}$ である。

(2) $\cos\theta+i\sin\theta$ を掛ける操作に対応しているため，

$$X+iY=(\boldsymbol{\cos\theta}+i\boldsymbol{\sin\theta})(x+iy)$$

である。（順に **(C)**，**(A)**）

展開すると

$$X+iY=\{(\boldsymbol{\cos\theta})x+(\boldsymbol{-\sin\theta})y\}+i\{(\boldsymbol{\sin\theta})x+(\boldsymbol{\cos\theta})y\}$$

となる。（順に **(C)**，**(B)**，**(A)**，**(C)**）

(3) $3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2=r$ を x 軸方向に a, y 軸方向に b 平行移動させると

$$3(x-a)^2+4\sqrt{3}(x-a)(y-b)-(y-b)^2=r$$

である。展開して整理すると

$$3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2-(6a+4\sqrt{3}b)x+(2b-4\sqrt{3}a)y+(3a^2+4\sqrt{3}ab-b^2-r)=0$$

である。係数を比較すると

$$\begin{cases}6a+4\sqrt{3}b=12+4\sqrt{3}\\2b-4\sqrt{3}a=2-8\sqrt{3}\\3a^2+4\sqrt{3}ab-b^2-r=-4+8\sqrt{3}\end{cases}$$

となる。これを解いて $a=\mathbf{2},\ b=\mathbf{1},\ r=\mathbf{15}$ を得る。

$3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2=15$ を $-\dfrac{\pi}{6}$ 回転させた図形を求める。点 $(X,\ Y)$ は，点 $(x,\ y)$ を原点中心に $-\dfrac{\pi}{6}$ 回転させた点とすると

$$\begin{cases}x=X\cos\dfrac{\pi}{6}-Y\sin\dfrac{\pi}{6}\\y=X\sin\dfrac{\pi}{6}+Y\cos\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$$

であるため，$3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2=15$ に代入すると

$$3\left(X\cos\frac{\pi}{6}-Y\sin\frac{\pi}{6}\right)^2+4\sqrt{3}\left(X\cos\frac{\pi}{6}-Y\sin\frac{\pi}{6}\right)\left(X\sin\frac{\pi}{6}+Y\cos\frac{\pi}{6}\right)-\left(X\sin\frac{\pi}{6}+Y\cos\frac{\pi}{6}\right)^2=15$$

である。左辺を展開すると

$$\begin{aligned}(\text{左辺})&=\frac{9}{4}X^2-\frac{3\sqrt{3}}{2}XY+\frac{3}{4}Y^2\\&\quad+3X^2+3\sqrt{3}XY-\sqrt{3}XY-3Y^2\\&\quad-\frac{1}{4}X^2-\frac{\sqrt{3}}{2}XY-\frac{3}{4}Y^2\\&=5X^2-3Y^2\end{aligned}$$

となるため，C_2: $\boldsymbol{5x^2-3y^2=15}$ である。

辺々 15 で割ると $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{5}=1$ である。$\sqrt{3+5}=\sqrt{8}$ より曲線 C_3 の焦点は $\boldsymbol{(\pm2\sqrt{2},\ 0)}$ である。また曲線 C_3 の漸近線の傾きは $\pm\sqrt{\dfrac{5}{3}}$ であるため，漸近線の式は $\boldsymbol{y=\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}x}$ である。

曲線 C_3 の漸近線はどちらも原点を通る。原点中心に $\dfrac{\pi}{6}$ 回転させた曲線 C_2 の漸近線もまた原点を通る。さらに x 軸方向に 2，y 軸方向に 1 平行移動した曲線が C_1 であるため，C_1 の漸近線はどちらも $\boldsymbol{(2,\ 1)}$ を通る。

曲線 C_3 の漸近線が x 軸となす角の大きさを θ とすると，曲線 C_1 の漸近線が x 軸となす角は $\theta+\dfrac{\pi}{6}$ となる。よって，その傾きは

$$\begin{aligned}\tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)&=\frac{\tan\theta+\tan\dfrac{\pi}{6}}{1-\tan\theta\tan\dfrac{\pi}{6}}=\frac{\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1\mp\dfrac{\sqrt{15}}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3}}\\&=\frac{\pm\sqrt{15}+\sqrt{3}}{3\mp\sqrt{5}}=\frac{1}{4}(\pm\sqrt{15}+\sqrt{3})(3\pm\sqrt{5})\\&=\boldsymbol{2\sqrt{3}\pm15}\end{aligned}$$

である。

$\boxed{\text{III}}$

以下の問いに答えよ。

(1)　導関数の定義にしたがって $(\sin x)' = \cos x$ を示せ。ただし，$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$ は用いてよい。

(2)　$x \geqq 0$ のとき，$\sin x \leqq x$ が成り立つことを示せ。

(3)　自然数 n に対して，

$$S_n(x) = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}$$

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!}$$

とし，これらを用いて

$$F_n(x) = (-1)^{n-1}\{S_n(x) - \sin x\}$$

$$G_n(x) = (-1)^{n-1}\{T_n(x) - \cos x\}$$

とする。$x \geqq 0$ のとき，すべての自然数 n に対して，$F_n(x) \geqq 0$ および $G_n(x) \geqq 0$ が成り立つことを示せ。

(4)　$0.83 < \sin 1 < 0.85$ を示せ。

$\boxed{\text{解答}}$

(1)　導関数の定義により

$$\begin{aligned}
(\sin x)' &= \lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\frac{\sin x\cos h + \cos x\sin h - \sin x}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\left(-\sin x\cdot\frac{1-\cos h}{h} + \cos x\cdot\frac{\sin h}{h}\right) \\
&= \lim_{h\to 0}\left(-\sin x\cdot\frac{1-\cos^2 h}{h}\cdot\frac{1}{1+\cos h} + \cos x\cdot\frac{\sin h}{h}\right) \\
&= \lim_{h\to 0}\left\{-\sin x\cdot\left(\frac{\sin h}{h}\right)^2\cdot\frac{h}{1+\cos h} + \cos x\cdot\frac{\sin h}{h}\right\} \\
&= (-\sin x)\cdot 1^2\cdot\frac{0}{2} + (\cos x)\cdot 1 \\
&= \cos x
\end{aligned}$$

よって，$(\sin x)' = \cos x$ である。

(2)　$f(x) = x - \sin x$ とおく。
$f'(x) = 1 - \cos x$ であるので，$x \geqq 0$ のとき，$f'(x) \geqq 0$ より
$f(x) \geqq f(0) = 0$ である。よって，$x \geqq 0$ のとき，$\sin x \leqq x$ である。

(3)　$x \geqq 0$ のとき，すべての自然数 n に対して

$$F_n(x) \geqq 0 \text{ および } G_n(x) \geqq 0 \quad \cdots\cdots(*)$$

であることを数学的帰納法により証明する。

i)　$n=1$ のとき

$F_1(x)=S_1(x)-\sin x=x-\sin x \geqq 0$ ($\because$ (2)) である。

$G_1(x)=T_1(x)-\cos x=1-\cos x \geqq 0$ である。

したがって，このとき $(*)$ は成立する。

ii)　$n=k$ (k は自然数) のとき

$(*)$ が成立すると仮定すると

$$F_k(x) \geqq 0 \text{ および } G_k(x) \geqq 0$$

このとき，$F_{k+1}(x)$ および $G_{k+1}(x)$ について

$$\begin{aligned} F'_{k+1}(x) &= (-1)^k\{S'_{k+1}(x)-\cos x\} \\ &= (-1)^k\{T_{k+1}(x)-\cos x\} \\ &= G_{k+1}(x) \\ G'_{k+1}(x) &= (-1)^k\{T'_{k+1}(x)+\sin x\} \\ &= (-1)^k\{-S_k(x)+\sin x\} \\ &= (-1)^{k-1}\{S_k(x)-\sin x\} \\ &= F_k(x) \end{aligned}$$

である。仮定より，$G'_{k+1}(x)=F_k(x) \geqq 0$ であるので，

$G_{k+1}(x)$ は単調増加な関数であり，

$$G_{k+1}(x) \geqq G_{k+1}(0)=(-1)^k\{T_{k+1}(0)-\cos 0\}=(-1)^k(1-1)=0$$

また，$F'_{k+1}(x)=G_{k+1}(x) \geqq 0$ であるので，

$F_{k+1}(x)$ は単調増加な関数であり，

$$F_{k+1}(x) \geqq F_{k+1}(0)=(-1)^k\{S_{k+1}(0)-\sin 0\}=(-1)^k(0-0)=0$$

したがって，$F_{k+1}(x) \geqq 0$ および $G_{k+1}(x) \geqq 0$ より $n=k+1$ のときも $(*)$ は成立する。

よって，i)ii) より，$(*)$ が成り立つことが示された。

(4)　(3) より，$F_2(x) \geqq 0$ および $F_3(x) \geqq 0$ が成り立つ。

まず $F_2(x) \geqq 0$ より

$$-S_2(x)+\sin x \geqq 0 \iff \sin x \geqq x-\frac{x^3}{3!}$$

$x=1$ を代入して

$$\sin 1 \geqq \frac{5}{6}=0.83\cdots > 0.83$$

続いて $F_3(x) \geqq 0$ より

$$S_3(x)-\sin x \geqq 0 \iff \sin x \leqq x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$$

$x=1$ を代入して

$$\sin 1 \leqq \frac{101}{120}=0.84\cdots < 0.85$$

よって，$0.83<\sin 1<0.85$ であることが示された。

講評

$\boxed{\text{I}}$ [(1) 方程式・不等式，(2) 確率，(3) 集合と論証]（標準）

：例年通りの出題構成であった。(3) の必要十分条件が 2 年連続の出題となった。対策がなされていればいずれも取り組みやすいので得点を積み重ねたい。

$\boxed{\text{II}}$ [2 次曲線]（標準）

：座標平面上における双曲線の回転に関する出題であった。典型的な出題であるので，誘導通りに計算していけばよい。特に計算量も多くなく，ここでは落としたくない。

$\boxed{\text{III}}$ [数III微分]（標準）

：$\sin x$ の不等式に関する出題であった。流れも典型的で，最後の評価もある程度あたりをつけて n を代入すれば難なく結論を得られる。

昨年度に比べるとやや易化した。全体的に取り組みやすい問題も多く，要求される計算量もあまり多くなかった。最後の大問も十分に得点できる問いが多かった。一次突破ボーダーは 70% 程度か。