医学部専門予備校 YMS　医学部進学予備校 メビオ　医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

埼玉医科大学（前期）　数学

2026年 2月 8日実施

$\boxed{1}$

次の問い（問 1，2）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

問 1　座標平面上において，$y=-x^2+4$ と x 軸に囲まれた図形に内接し，一辺が x 軸上にある長方形を考える。長方形の面積の最大値は $\dfrac{\boxed{1}\,\boxed{2}}{\boxed{3}}\sqrt{\boxed{4}}$ である。

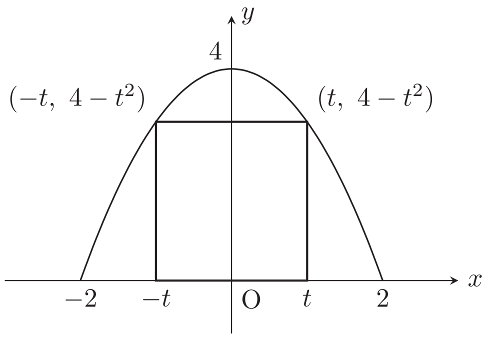
問 2　関数 $y=2x^3-3x^2+1$ と $y=e^{-x}$ のグラフの共有点の個数は $\boxed{5}$ 個ある。

解答

問 1　長方形の座標は実数 t $(0<t<2)$ を用いて

$$(t,\ 0),\ (-t,\ 0),\ (t,\ -t^2+4),\ (-t,\ -t^2+4)$$

と表される。



長方形の面積を $S(t)$ とおくと

$$S(t)=2t(-t^2+4)=-2t^3+8t$$

であるため，

$$S'(t)=-6t^2+8=-6\left(t+\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)\left(t-\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)$$

となり，増減表は

t	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\cdots$	2
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

である。よって，長方形の面積の最大値は $t=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$ のとき

$$S\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)=-2\cdot\frac{2}{3}\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{4}{3}+4\right)=\mathbf{\frac{32}{9}\sqrt{3}}$$

問 2　$2x^3-3x^2+1=e^{-x} \iff (2x^3-3x^2+1)e^x=1$ より，$f(x)=(2x^3-3x^2+1)e^x$ とおくと，$y=f(x)$ と $y=1$ の共有点の個数を数えればよい。つまり，$f(x)=1$ の解の個数を調べればよい。

導関数は

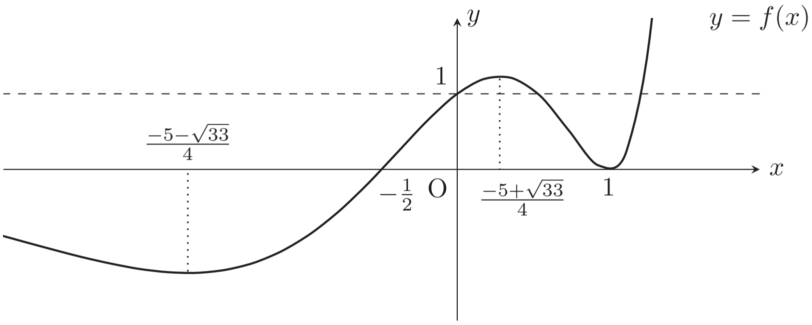
$$f'(x)=(2x^3-3x^2+1)e^x+(6x^2-6x)e^x=(2x^3+3x^2-6x+1)e^x=(x-1)(2x^2+5x-1)e^x$$

となる。$2x^2+5x-1=0$ の解は $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ であり，$\dfrac{-5-\sqrt{33}}{4}<\dfrac{-5+\sqrt{33}}{4}<1$ であるため，増減表は

x	$\cdots$	$\frac{-5-\sqrt{33}}{4}$	$\cdots$	$\frac{-5+\sqrt{33}}{4}$	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

となる。

$f(x)=(2x+1)(x-1)^2e^x$ であるため，$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=f(1)=0$ である。また，$f(0)=1$，$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$ であることに注意するとグラフの概形は以下のようになる。



よって，共有点の個数は **3** 個である。

$\boxed{\text{注釈}}$

$y=2x^3-3x^2+1$ と $y=e^{-x}$ のブラフを描いて共有点の個数を求めてもよい。

$\boxed{2}$

次の文章を読み，後の問い（問 1〜3）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

x の関数 $f(x)$ は，$x \geqq 0$，$x \fallingdotseq 1$ を定義域とし，

(i)　$0 \leqq x < 1$ のとき，$f(x) = \displaystyle\int_c^x \frac{2}{1-t^2}dt$

(ii)　$x > 1$ のとき，$f(x) = \displaystyle\int_3^x \frac{2}{1-t^2}dt$

で与えられる。ただし，c は $0 < c < 1$ を満たす定数である。また，$f(x)$ は

$$f(0) = \lim_{x \to +\infty} f(x)$$

を満たす。

問 1　$x > 1$ のとき，

$$f(x) = \log \frac{1+x}{\boxed{6}\,\boxed{7} + x} - \log \boxed{8}$$

である。

問 2　$c = \dfrac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$ である。

問 3　座標平面上において，曲線 $y = f(x)$ と x 軸に平行な直線 $y = f(0) + h$ の交点を考える。ただし，$h > 0$ である。$x > 1$ を満たす領域にある交点を A，$0 \leqq x \leqq 1$ を満たす領域にある交点を B とする。点 $(0,\ f(0))$ を C とする。三角形 ABC の面積を $S(h)$ とするとき，

$$S(h) = \frac{\boxed{11}\,e^h h}{e^{\boxed{12}} - \boxed{13}}$$

であり，

$$\lim_{h \to +0} S(h) = \boxed{14}$$

である。

解答

$$\int \frac{2}{1-t^2}dt = \int \left(\frac{1}{1+t} + \frac{1}{1-t} \right) dt$$
$$= \log|1+t| - \log|1-t| + C$$
$$= \log\left|\frac{1+t}{1-t}\right| + C \quad C \text{ は積分定数}$$

である。

問 1　$x > 1$ のとき，

$$f(x) = \left[\log\left|\frac{1+t}{1-t}\right| \right]_3^x = \mathbf{\log \frac{1+x}{-1+x} - \log 2}$$

である。

問 2　$0 \leqq x < 1$ のとき，

$$f(x) = \left[\log \left| \frac{1+t}{1-t} \right| \right]_c^x = \log \frac{1+x}{1-x} - \log \frac{1+c}{1-c}$$

である。ここで $0 < c < 1$ であるため $\left| \dfrac{1+c}{1-c} \right| = \dfrac{1+c}{1-c}$ である。

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \log \frac{1+x}{-1+x} - \log 2 = -\log 2$$

より

$$-\log 2 = f(0) = -\log \frac{1+c}{1-c}$$

である。対数を外し $2 = \dfrac{1+c}{1-c}$ を解くと $c = \boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$ である。

問 3　$x > 1$ のとき $f(x) = f(0) + h$ は

$$\log \frac{1+x}{-1+x} = h$$

となる。対数を外し $\dfrac{1+x}{-1+x} = e^h$ を解くことで，点 A の x 座標は $\dfrac{1+e^h}{e^h-1}$ であることが分かる。

同様に $0 \leqq x < 1$ のとき $f(x) = f(0) + h$ は

$$\log \frac{1+x}{1-x} = h$$

となるため，点 B の x 座標は $\dfrac{e^h-1}{1+e^h}$ である。

よって，

$$S(h) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1+e^h}{e^h-1} - \frac{e^h-1}{1+e^h} \right) \cdot h = \boldsymbol{\frac{2e^h h}{e^{2h}-1}}$$

である。

よって，極限は

$$\lim_{h\to 0} S(h) = \lim_{h\to 0} \frac{2e^h h}{e^{2h}-1} = \lim_{h\to 0} e^h \cdot \frac{2h}{e^{2h}-1} = \mathbf{1}$$

である。

$\boxed{3}$

次の文章を読み，後の問い（問 1〜4）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

平面上における鈍角三角形 ABC において，$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ A, B, C で表す。$\mathrm{BC}=\sqrt{6}$, $\mathrm{CA}=2$, $\mathrm{B}=45^\circ$ である。

問 1　$A=\boxed{15}\,\boxed{16}\,\boxed{17}^\circ$ である。

問 2　$\sin C=\dfrac{\sqrt{\boxed{18}}-\sqrt{\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である。

問 3　$\angle A$ の二等分線と BC との交点を P とするとき，$BP=\boxed{21}\sqrt{\boxed{22}}-\boxed{23}\sqrt{\boxed{24}}$ である。

問 4　線分 CA を $3:2$ に内分する点を R ととり，BR と AP との交点を G，CG の延長と AB との交点を S とするとき，$\dfrac{\mathrm{AS}}{\mathrm{SB}}=\dfrac{\boxed{25}+\boxed{26}\sqrt{\boxed{27}}}{\boxed{28}}$ である。

解答

問 1　正弦定理より $\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin A}=\dfrac{\mathrm{CA}}{\sin B}$ である。$B=45^\circ$，$\mathrm{BC}=\sqrt{6}$，$\mathrm{CA}=2$ を代入することで $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を得る。よって，$A=60^\circ$，120° である。

$A=60^\circ$ のとき $C=75^\circ$ で，三角形 ABC は鋭角三角形になる。しかし，三角形 ABC は鈍角三角形であるため，$A\fallingdotseq 60^\circ$ である。こうして $A=\mathbf{120^\circ}$ である。

問 2　$A=120^\circ$ のとき，$C=15^\circ$ である。加法定理から

$$\sin 15^\circ=\sin(45^\circ-30^\circ)=\sin 45^\circ\cos 30^\circ-\cos 45^\circ\sin 30^\circ=\boldsymbol{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$$

である。

問 3　正弦定理より $\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin 15^\circ}=\dfrac{2}{\sin 45^\circ}$ であるため，$\mathrm{AB}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}-1$ である。直線 AP は，$\angle$A の二等分線であるため，$\mathrm{BP}:\mathrm{PC}=\mathrm{AB}:\mathrm{CA}$ でである。よって，

$$\mathrm{BP}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AB}+\mathrm{CA}}\times\mathrm{BC}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\times\sqrt{6}=\boldsymbol{2\sqrt{6}-3\sqrt{2}}$$

である。

問 4　チェバの定理より

$$\frac{\mathrm{AS}}{\mathrm{SB}}\times\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\times\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}=1$$

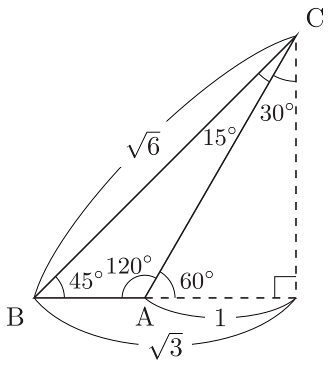
であるため，

$$\frac{\mathrm{AS}}{\mathrm{SB}}=\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BP}}\times\frac{\mathrm{RA}}{\mathrm{CR}}=\frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{AB}}\times\frac{\mathrm{RA}}{\mathrm{CR}}=\frac{2}{\sqrt{3}-1}\times\frac{2}{3}=\boldsymbol{\frac{2+2\sqrt{3}}{3}}$$

である。

注釈

下図を考えると AB は簡単に分かる。



$\boxed{4}$

次の文章を読み，後の問い（問 1 ～ 3）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

表面に 1 と書かれた玉が 3 個，0 と書かれた玉が 2 個，-1 と書かれた玉が 1 個の合計 6 個の玉が袋に入っている。数値を読み取る以外にこれらの玉を区別する方法はないものとする。

この袋から無作為に玉を 1 つ取り出し，取り出した玉に書かれた数値を読み取り，袋に戻すという操作を N 回繰り返す。読み取った N 個の数値の合計を S とする。i を虚数単位，複素数 z を

$$z = \cos\left(\frac{S}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{S}{3}\pi\right)$$

とする。

問 1　$N=2$ のとき，$z=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{29}}{\boxed{30}\,\boxed{31}}$ である。

問 2　$N=3$ のとき，$z=-1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{32}}{\boxed{33}\,\boxed{34}}$ である。

問 3　$N=4$ のとき，z の実部が $-\dfrac{1}{2}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{35}\,\boxed{36}\,\boxed{37}}{\boxed{38}\,\boxed{39}\,\boxed{40}}$ である。

解答

1 と書かれた玉を ①, 0 と書かれた玉を ⓪, -1 と書かれた玉を ㊀ と表す。

問 1　$N=2$ のとき，S がとりうる値は -2, -1, 0, 1, 2 の 5 種類である。

このうち $z=0$ になるのは，$S=0$ の場合である。$S=0$ になる場合は，① を 1 回，㊀ を 1 回引く場合か ⓪ を 2 回引く場合のいずれかである。

- ① を 1 回，㊀ を 1 回引く場合：確率は $\dfrac{3}{6} \times \dfrac{1}{6} \times 2 = \dfrac{1}{6}$ である。
- ⓪ を 2 回引く場合：確率は $\dfrac{2}{6} \times \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{9}$ である。

以上より求める確率は $\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{9} = \boldsymbol{\dfrac{5}{18}}$ である。

問 2　$N=3$ のとき，S がとりうる値は -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 の 7 種類である。

このうち $z=-1$ となる場合は，$S=\pm 3$ の場合である。このような場合は，① を 3 回引く場合か ㊀ を 3 回引く場合のいずれかである。

- ① を 3 回引く場合：確率は $\dfrac{3}{6} \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{3}{6} = \dfrac{27}{216}$ である。
- ㊀ を 3 回引く場合：確率は $\dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{216}$ である。

以上より求める確率は $\dfrac{27}{216} + \dfrac{1}{216} = \dfrac{28}{216} = \boldsymbol{\dfrac{7}{54}}$ である。

問 3　$N=4$ のとき，S がとりうる値は -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 の 9 種類である。

このうち z の実部が $-\dfrac{1}{2}$ となる場合は，$S=4$, 2, -2, -4 の場合である。

- $S=4$ の場合：

  ① を 4 回引く場合であるため，確率は $\left(\dfrac{3}{6}\right)^4 = \dfrac{81}{6^4}$ である。
- $S=2$ の場合：

  次の 2 パターンのいずれかである。

i)　① を 2 回，⓪ を 2 回引く場合：確率は ${}_4\mathrm{C}_2 \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{2}{6} \times \dfrac{2}{6} = \dfrac{216}{6^4}$ である。

ii)　① を 3 回，-1 を 1 回引く場合：確率は ${}_4\mathrm{C}_3 \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{108}{6^4}$ である。

よって，この場合の確率は $\dfrac{324}{6^4}$ である。

- $S = -2$ の場合：

  次の 2 パターンのいずれかである。

  i)　⓪ を 2 回，-1 を 2 回引く場合：確率は ${}_4\mathrm{C}_2 \times \dfrac{2}{6} \times \dfrac{2}{6} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{24}{6^4}$ である。

  ii)　① を 1 回，⓪ を 3 回引く場合：確率は ${}_4\mathrm{C}_3 \times \dfrac{3}{6} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{12}{6^4}$ である。

  よって，この場合の確率は $\dfrac{36}{6^4}$ である。

- $S = -4$ の場合：

  -1 を 4 回引く場合であるため，確率は $\left(\dfrac{1}{6}\right)^4 = \dfrac{1}{6^4}$ である。

以上を合わせると，求める確率は

$$\frac{81+324+36+1}{6^4} = \frac{442}{6^4} = \boldsymbol{\frac{221}{648}}$$

である。

講評

$\boxed{1}$［小問集合］（やや易）：(1)3 次関数の最大値，(2)2 曲線の共有点の個数に関する出題であった。(2) はグラフを実際に描いて判断するのが早いだろう。

$\boxed{2}$［数III微積分］（やや難）：定積分で表された関数からの出題であった。x の範囲に注意しないと絶対値を確実に処理できないので，時間を考えると，つまづく受験生も多かったのではないだろうか。

$\boxed{3}$［図形と計量，図形の性質］（易）：鈍角三角形に関する様々な図形量に関する出題であった。基本的な出題ばかりであるので，完答を目指したい。

$\boxed{4}$［確率］（標準）：複素数平面と確率の融合問題であった。いずれも S のとりうる値を適切に考えられたかがポイントであろう。確率の計算自体は基本的な反復試行の問題である。

大幅に易化した昨年度と比べて難化した。例年通り本学らしい出題であったが，定積分で表された関数や複素数平面を題材とする確率など苦手な受験生が多いテーマからの出題で，やりにくさを感じた受験生も多かっただろう。一次突破ボーダーは 65% 程度か。