医学部専門予備校 YMS
医学部進学予備校 メビオ　医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

聖マリアンナ医科大学（前期）　数学

2026年 2月 5日実施

$\boxed{1}$

次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる適切な数または式（それ以上，約分できない数または式）を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

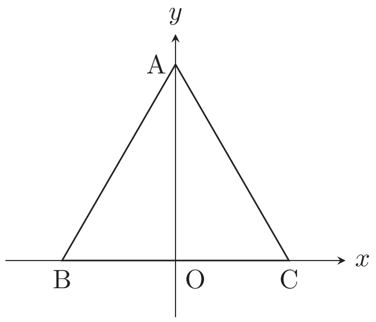
座標平面上の点 A$(0,\ \sqrt{3})$，B$(-1,\ 0)$，C$(1,\ 0)$ を頂点とする $\triangle$ABC を原点を中心として反時計回りに $\theta\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ 回転させたとき頂点 A，B，C がそれぞれ点 $\mathrm{A_1}$，$\mathrm{B_1}$，$\mathrm{C_1}$ に移動する．
このとき $\mathrm{A_1}$，$\mathrm{B_1}$ の座標を θ を用いて表すと $\mathrm{A_1}(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}})$，$\mathrm{B_1}(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}})$ である．
$\triangle\mathrm{A_1B_1C_1}$ を y 軸方向に平行移動した三角形を $\triangle\mathrm{A_2B_2C_2}$ として，頂点 $\mathrm{B_2}$ が x 軸上にあるようにする．なお，この平行移動で点 $\mathrm{A_1}$，$\mathrm{B_1}$，$\mathrm{C_1}$ がそれぞれ点 $\mathrm{A_2}$，$\mathrm{B_2}$，$\mathrm{C_2}$ に移動する．$\triangle\mathrm{A_2B_2C_2}$ の重心と x 軸との距離が最大となるのは $\theta = \boxed{\text{オ}}$ のときで，その距離は $\boxed{\text{カ}}$ である．

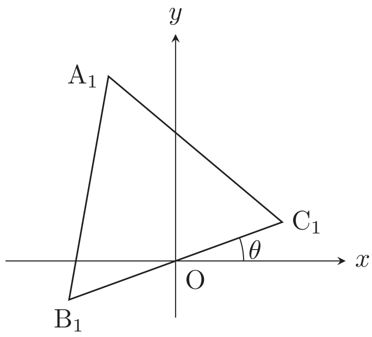
解答

複素平面で考えると，$x+iy$ を原点を中心として θ 回転させた点は

$$(x+iy)(\cos\theta + i\sin\theta) = (x\cos\theta - y\sin\theta) + i(x\sin\theta + y\cos\theta)$$

となるため，$(x,\ y)$ を原点を中心として θ 回転させた点は $(x\cos\theta - y\sin\theta,\ x\sin\theta + y\cos\theta)$ で表される．よって $\mathrm{A_1}(\boldsymbol{-\sqrt{3}\sin\theta,\ \sqrt{3}\cos\theta})$，$\mathrm{B_1}(\boldsymbol{-\cos\theta,\ -\sin\theta})$ である．





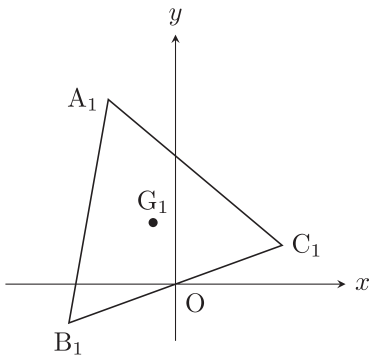
三角形 ABC の重心を G，三角形 $\mathrm{A}_i\mathrm{B}_i\mathrm{C}_i$ の重心を G_i とおく（$i=1,\ 2$）．このとき，$\mathrm{G}\left(0,\ \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ である．点 $\mathrm{G_1}$ は点 G を原点を中心として θ 回転させたものであるため，$\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sin\theta,\ \dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos\theta\right)$ である．

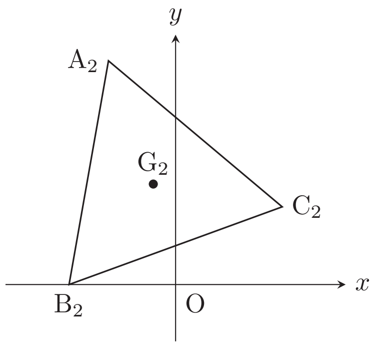
$\mathrm{B_1}(-\cos\theta,\ -\sin\theta)$ であったため，$\mathrm{B_2}$ が x 軸上の点になるには，y 軸方向に $\sin\theta$ 平行移動すればよい．よって $\mathrm{G_2}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sin\theta,\ \sin\theta + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos\theta\right)$ である．$\mathrm{G_2}$ と x 軸の距離 d は，

$$d = \sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\theta = \frac{2}{3}\sqrt{3}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

である．$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で，$\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta + \dfrac{\pi}{6} \leqq \dfrac{2}{3}\pi$ となる．ゆえに d は $\theta + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2}$，つまり $\theta = \boldsymbol{\dfrac{\pi}{3}}$ のと

き，最大値 $\boldsymbol{\frac{2}{3}\sqrt{3}}$ をとる．





$\boxed{2}$

変数 x のデータ $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_{50}$ は,

$$\text{(I)}\ x_i < x_{i+1}(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 49)$$

$$\text{(II)}\ x_1 \geqq 1$$

の 2 つの条件を満たすとする．変数 x に対し，変数 $y,\ z,\ w$ をそれぞれ次のように定義する．

$$y = x^2, \qquad z = \sqrt{x}, \qquad w = \log x$$

また，変数 $x,\ y,\ z,\ w$ のデータの中央値を，それぞれ $Q_{2,x},\ Q_{2,y},\ Q_{2,z},\ Q_{2,w}$ で表すものとする．

以下の (1), (3), (4) の $\boxed{\text{キ}}$ 〜 $\boxed{\text{サ}}$ にあてはまる適切な数または式（それ以上，約分できない数または式），(2) に対する解答，(4) の $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる記号を解答用紙の所定の欄に記入せよ．なお (4) の $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる記号は B, C, D を用いること．

(1) 変数 x のデータを用いて $Q_{2,x}$ を表すと $\boxed{\text{キ}}$ である．

(2) 次の不等式 (i) 〜 (iv) のそれぞれについて，(I), (II) を満すすべてのデータに対して不等式が真であれば 1，偽であれば 2，データによって真偽が変わる場合は 9 を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

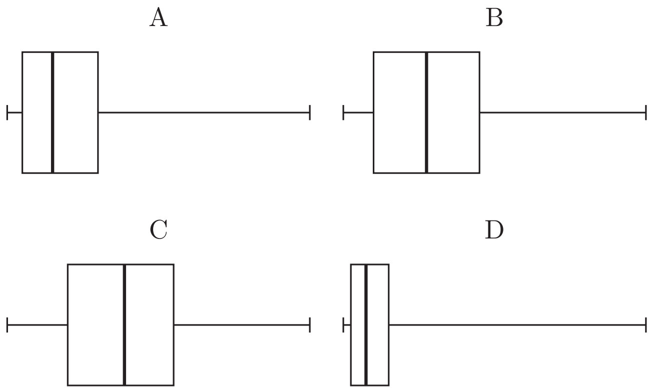
(i) $Q_{2,x} > Q_{2,y}$　(ii) $(Q_{2,x})^2 < Q_{2,y}$　(iii) $\sqrt{Q_{2,x}} > Q_{2,z}$　(iv) $\log Q_{2,x} > Q_{2,w}$

(3) 変数 x のデータの範囲は $\boxed{\text{ク}}$ であり，変数 y のデータの範囲を変数 x のデータを用いて表すと $\boxed{\text{ケ}}$ となる．y'_i を $y'_i = \dfrac{y_i - y_1}{\boxed{\text{ケ}}} + x_1$ $(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 50)$ とおくと

$y'_1 = x_1,\ y'_{50} = x_{50}$ となる．データ y'_i $(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 50)$ の中央値 $Q_{2,y'}$ を変数 x のデータを用いて表すと

$Q_{2,y'} = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{2(\boxed{\text{ケ}})} + x_1$ となる．

(4) 次の図のうち A が x のデータの箱ひげ図で，(3) のデータ y'_i $(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 50)$ の箱ひげ図が図 B 〜 図 D のいずれかである．



箱ひげ図の中央値の位置を比べるために，$(Q_{2,x} - x_1) - (Q_{2,y'} - y'_1)$ を計算をすると，

$$(Q_{2,x} - x_1) - (Q_{2,y'} - y'_1) = \frac{(x_{50} - x_{25})(x_{25} - x_1) + (x_{50} - x_{26})(\boxed{\text{サ}})}{2(\boxed{\text{ケ}})}$$

となる．このことから，データ $y'_i(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 50)$ の箱ひげ図は図 $\boxed{\text{シ}}$ である．

解答

(1)　条件 (I) と中央値の定義より，答えは $\boldsymbol{\dfrac{x_{25}+x_{26}}{2}}$ である.

(2)　条件 (I)，(II) より，$i<j$ ならば $y_i<y_j$，$z_i<z_j$, $w_i<w_j$ がすべて成り立つので，$Q_{2,y}=\dfrac{{x_{25}}^2+{x_{26}}^2}{2}$，$Q_{2,z}=\dfrac{\sqrt{x_{25}}+\sqrt{x_{26}}}{2}$，$Q_{2,w}=\dfrac{\log x_{25}+\log x_{26}}{2}$ である．$x_{25}=a$，$x_{26}=b$ とおく。条件 (I) および (II) より, a，$b>1$ である.

(i)　(左辺) − (右辺) $=\dfrac{a-a^2+b-b^2}{2}=\dfrac{a(1-a)+b(1-b)}{2}<0$ より，**2** が正解.

(ii)　$f(x)=x^2$ とおくと，$f(x)$ は下に凸なので，$\dfrac{f(a)+f(b)}{2}>f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$ が成り立つ．よって **1** が正解.

(iii)　$f(x)=\sqrt{x}$ とおくと，$f(x)$ は $x>0$ で上に凸なので，$\dfrac{f(a)+f(b)}{2}<f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$ が成り立つ. よって **1** が正解.

(iv)　$f(x)=logx$ とおくと, $f(x)$ は $x>0$ で上に凸なので，$\dfrac{f(a)+f(b)}{2}<f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$ が成り立つ．よって **1** が正解.

(3)　データの範囲の定義より，変量 x のデータの範囲は $\boldsymbol{x_{50}-x_1}$. 変量 y のデータの範囲は $x_{50}^2-x_1^2$ なので，ケは $\dfrac{{x_{50}}^2-{x_1}^2}{x_{50}-x_1}=\boldsymbol{x_1+x_{50}}$ である．y_i を y'_i に移す関数は, y_i の係数が正の一次関数なので，$y_i<y_j$ ならば $y'_i<y'_j$ である．よって， $i<j$ ならば $y_i<y_j$ なので $y'_i<y'_j$ であることより，$Q_{2,y'}=\dfrac{y'_{25}+y'_{26}}{2}=\dfrac{\boldsymbol{{x_{25}}^2+{x_{26}}^2-2{x_1}^2}}{2(x_1+x_{50})}+x_1$ である.

(4)

$$\begin{aligned}&(Q_{2,x}-x_1)-(Q_{2,y'}-y'_1)\\=&(Q_{2,x}-x_1)-(Q_{2,y'}-x_1)\\=&\left(\frac{x_{25}+x_{26}}{2}\right)-\frac{{x_{25}}^2+{x_{26}}^2-2{x_1}^2}{2(x_1+x_{50})}-x_1\\=&\frac{(x_{50}-x_{25})(x_{25}-x_1)+(x_{50}-x_{26})\boldsymbol{(x_{26}-x_1)}}{2(x_1+x_{50})}\end{aligned}\tag{a}$$

である．式 (a) は，サが正であることから正なので，$Q_{2,x}-x_1>Q_{2,y'}-y'_1$ である．よって，(中央値)−(最小値) の値は x より y'_i の方が小さく，この条件に当てはまる箱ひげ図は図 **D** である.

$\boxed{3}$

a, b を定数として，座標平面上の点 P$(s,\ t)$ に対して，

$$u = -\frac{2}{5}t + a,\ v = \frac{2}{5}s + b$$

とおいた点を Q$(u,\ v)$ とし，不等式 $x^2 + y^2 \leqq 1$ で表される領域を D とする．

以下の (1) の解答と，(2)〜(4) の $\boxed{\text{ス}}$ 〜 $\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる適切な数または式（それ以上，約分できない数または式）を解答用紙の所定の欄に答えよ．

(1)　点 P が D 上を動くとき点 Q が動く領域を E とする．領域 E を x, y, a, b を用いた不等式で表せ．なお求める過程も記載すること．

(2)　(1) の領域 E が D に含まれるための a, b の条件は $\boxed{\text{ス}}$ となる．

(3)　Q が P と一致するとき P を不動点という．不動点の座標を a, b で表すと

$$\left(\boxed{\text{セ}}\,a - \boxed{\text{ソ}}\,b,\ \boxed{\text{タ}}\,a + \boxed{\text{チ}}\,b\right)$$

である．

(4)　a, b が (2) で求めた条件を満たして動くとき，(3) の不動点全体の集合は

$$\left\{(x,\ y) \mid \boxed{\text{ツ}}\right\}$$

となる． $\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる x, y の適切な条件を答えよ．

$\boxed{\text{解答}}$

(1)　点 Q$(u,\ v)$ が動く領域 E は，

$$\begin{cases} u = -\dfrac{2}{5}t + a & \cdots\cdots ① \\ v = \dfrac{2}{5}s + b & \cdots\cdots ② \\ s^2 + t^2 \leqq 1 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$ を満たす実数 s, t が存在する条件

として与えられる。その条件は，①と②から求められる

$$s = \frac{5}{2}(v - b),\ t = -\frac{5}{2}(u - a)$$

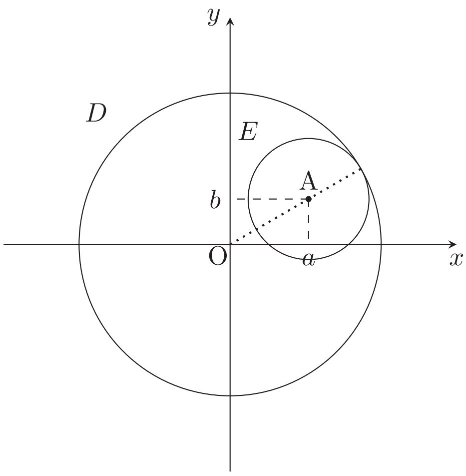
が③も満たすことであるから，代入して

$$\left\{\frac{5}{2}(v - b)\right\}^2 + \left\{-\frac{5}{2}(u - a)\right\}^2 \leqq 1$$

$$\therefore\ (u - a)^2 + (v - b)^2 \leqq \frac{4}{25}$$

よって，答えは $\boldsymbol{(x - a)^2 + (y - b)^2 \leqq \dfrac{4}{25}}$ である。

(2)　O$(0,\ 0)$，A$(a,\ b)$ とする。



領域 E が領域 D に含まれるための条件は，E と D の境界の円の半径をそれぞれ r_1，r_2 として，

$$\mathrm{OA} \leqq r_2 - r_1$$

$$\sqrt{a^2+b^2} \leqq 1 - \frac{2}{5}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{a^2+b^2 \leqq \frac{9}{25}}$$

(3)　P が不動点となる条件は，$\mathrm{Q}(u,\ v)$ が $\mathrm{P}(s,\ t)$ と一致することであるから

$$(u,\ v) = (s,\ t)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{2}{5}t + a = s \\ \dfrac{2}{5}s + b = t \end{cases}$$

$$\therefore\quad s = \frac{25}{29}a - \frac{10}{29}b,\ t = \frac{10}{29}a + \frac{25}{29}b$$

よって

$$\boldsymbol{\left(\frac{25}{29}a - \frac{10}{29}b,\ \frac{10}{29}a + \frac{25}{29}b\right)}$$

(4)　不動点を $(x,\ y)$ とおくと，条件より不動点は

$$x = -\frac{2}{5}y + a,\ y = \frac{2}{5}x + b$$

を満たす。$(a,\ b)$ が $a^2+b^2 \leqq \dfrac{9}{25}$ を満たして動くときの $(x,\ y)$ が動く領域は

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{5}y + a & \cdots\cdots④ \\ y = \dfrac{2}{5}x + b & \cdots\cdots⑤ \\ a^2+b^2 \leqq \dfrac{9}{25} & \cdots\cdots⑥ \end{cases}$$ を満たす実数 $a,\ b$ が存在する条件

として与えられる。その条件は，④と⑤から求められる

$$a = x + \frac{2}{5}y,\ b = -\frac{2}{5}x + y$$

が⑥も満たすことであるから，代入して

$$\left(x+\frac{2}{5}y\right)^2+\left(-\frac{2}{5}x+y\right)^2 \leqq \frac{9}{25}$$

$$\therefore\ x^2+y^2 \leqq \frac{9}{29}$$

となるから，求める集合は

$$\left\{\boldsymbol{(x,\ y)\mid x^2+y^2 \leqq \frac{9}{29}}\right\}$$

注釈

不動点を $(x,\ y)$ とすると，(3) より

$$x=\frac{25}{29}a-\frac{10}{29}b,\ y=\frac{10}{29}a+\frac{25}{29}b$$

を満たすので，これを a, b について解き，$a^2+b^2 \leqq \dfrac{9}{25}$ に代入してもよい。

注釈

与えられた条件を

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

と捉えると，見通しよく計算できる。

$\boxed{4}$

a を 1 より大きい定数とする．xy 平面上 $x>0$ の範囲で 2 つの曲線 $C_1 : y=x^a$，$C_2 : y=a^x$ を考える．以下の (1)，(2) に対する解答および (3) の $\boxed{\text{テ}}$ にあてはまる適切な数（それ以上，約分できない数）を解答用紙の所定の欄に記入せよ．必要であれば $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}=0$ は証明せずに用いてよい．

(1)　C_1，C_2 の共有点の個数を調べよ．なお調べる過程も記載すること．

(2)　$a=4$ のとき，C_1，C_2 の共有点の x 座標をすべて答えよ．

(3)　$a=4$ のとき，C_1，C_2 で囲まれる図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{5\log 2}$ である．

解答

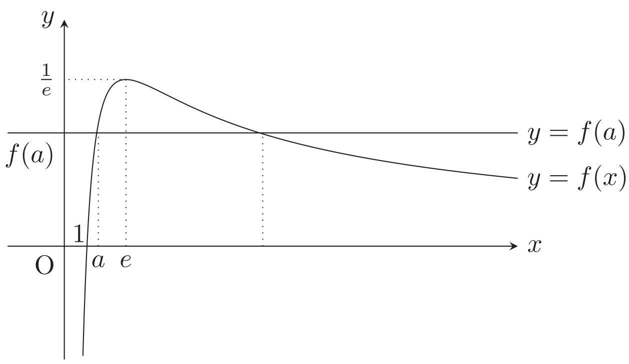
(1)　$y=x^a$ と $y=a^x$ から y を消去して変形すると

$$x^a=a^x \iff \log x^a=\log a^x \iff \frac{\log x}{x}=\frac{\log a}{a}$$

であるので，$y=\dfrac{\log x}{x}$(= $f(x)$ とする) と $y=\dfrac{\log a}{a}$(= $f(a)$ となる) の共有点の個数を考える。

$f'(x)=\dfrac{1-\log x}{x^2}$ であるから，増減およびグラフは次のようになる。なお，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}=0$ であることを用いた。

x	(0)	$\cdots$	e	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$

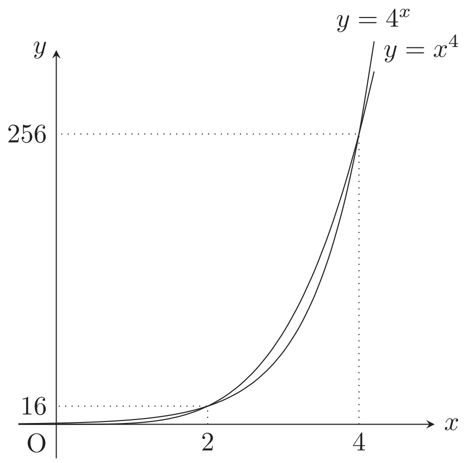


よって，求める共有点の個数は

$$\boldsymbol{a=e\text{ のとき }1\text{ 個，}1<a<e,\ e<a\text{ のとき }2\text{ 個}}$$

(2)　(1) より共有点の個数は 2 個である。

よって，$x^4=4^x$ を満たす x をすべて求めると $x=\mathbf{2,\ 4}$ である。



(3)　図より，求める面積は

$$\int_2^4 (x^4 - 4^x)dx = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{4^x}{\log 4}\right]_2^4$$
$$= \mathbf{\frac{992\log 2 - 600}{5\log 2}}$$

講評

$\boxed{1}$［三角関数］（やや易）：座標平面の回転と絡めた三角関数の問題であった。パッと見仰々しく感じるかもしれないが，そこまで難しくはない。ここはミスなく解ききりたい。

$\boxed{2}$［データの分析］（標準）：データの変換にまつわる出題であった。データの中央値とデータの範囲の定義がわかっていればよい。誘導に乗ってうまく解ききりたい。

$\boxed{3}$［図形と方程式］（標準）：一次式の変換に関する問題であった。ケアレスミスが起こりやすい問題である。丁寧に計算したいところ。

$\boxed{4}$［指数と対数・微分・積分］（標準）：関数 $\dfrac{\log x}{x}$ を通して x^a と a^x の比較をする問題であった。

例年通りの難易度であった。証明問題が見られなかった。全体的に計算量は少なく，問題を適切に読み解き知識を活かす能力が求められたか。一次突破ボーダーは 65% 程度か。