解答速報

東邦大学医学部（統一入試）　数学

2026年 2月 21日実施

$\boxed{1}$

(1)　下のデータは，5 人の生徒に 10 点満点のテストを行い，得点を小さい順に並べたものである。

$$3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 10$$

このデータの平均値は $\boxed{\ 1\ }$ であり，分散は $\boxed{\ 2\ }$ である。

(2)　白玉 3 個と赤玉 7 個が入った袋から，3 個の玉を同時に取り出す。取り出された 3 個の玉が，すべて赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{\ 3\ }}{\boxed{\ 4\ }\boxed{\ 5\ }}$ であり，白玉 1 個と赤玉 2 個である確率は $\dfrac{\boxed{\ 6\ }\boxed{\ 7\ }}{\boxed{\ 8\ }\boxed{\ 9\ }}$ である。

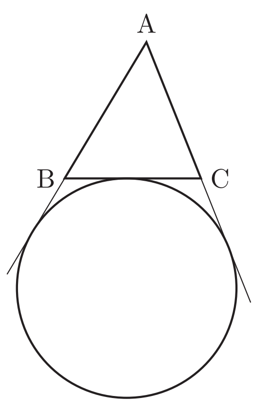
(3)　等差数列 1, 5, 9, ... について，項が初めて 50 より大きくなるのは第 $\boxed{10}\boxed{11}$ 項であり，初項からその項までの総和は $\boxed{12}\boxed{13}\boxed{14}$ である。

(4)　$\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす角 θ について $\cos\theta + \sin\theta = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ が成り立つとき，$\sin 2\theta = \dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}}$ であり，

$\sin\theta = \dfrac{\boxed{17}\sqrt{\boxed{18}}}{\boxed{19}}$ である。

(5)　方程式 $9^x - 9\cdot 3^x + 20 = 0$ の実数解を小さい順に α, β とおくと，
$\left(\sqrt{3}\right)^{\alpha} = \boxed{20}$，$27^{\beta} = \boxed{21}\boxed{22}\boxed{23}$ である。

(6)　BC $= 5$，CA $= 6$，AB $= 7$ の $\triangle$ABC について，面積は $\boxed{24}\sqrt{\boxed{25}}$ であり，辺 BC に接する傍接円の半径は $\dfrac{\boxed{26}\sqrt{\boxed{27}}}{\boxed{28}}$ である。



(7)　$(xy + x + y)^{11}$ を展開し，同類項をまとめて整理した多項式において，項の総数は $\boxed{29}\boxed{30}$ であり，x^3y^{10} の項の係数は $\boxed{31}\boxed{32}\boxed{33}$ である。

解答

(1)　このデータの平均値は

$$\overline{x}=\frac{1}{5}(3+4+6+7+10)=\mathbf{6}$$

である。 分散は各データの値と平均値の差（偏差）の 2 乗の平均であるので，

$$\frac{1}{5}\left\{(3-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(7-6)^2+(10-6)^2\right\}=\mathbf{6}$$

である。

(2)　10 個の玉から 3 個取り出す組み合わせの総数は ${}_{10}\mathrm{C}_3=120$ 通りである。

(i)　すべて赤玉となるのは，7 個の赤玉から 3 個選ぶ場合で，${}_7\mathrm{C}_3=35$ 通りである。よって，求める確率は $\dfrac{35}{120}=\mathbf{\dfrac{7}{24}}$ である。

(ii)　白玉 1 個と赤玉 2 個となるのは，${}_3\mathrm{C}_1\cdot{}_7\mathrm{C}_2=3\cdot\dfrac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=3\cdot 21=63$ 通りである。よって，求める確率は $\dfrac{63}{120}=\mathbf{\dfrac{21}{40}}$ である。

(3)　この数列の一般項を a_n とすると，初項 1，公差 4 であるから， $a_n=4n-3$ である。 $4n-3>50$ を解くと，$4n>53$ より $n>13.25$ となる。ゆえに，初めて 50 より大きくなるのは **第 14 項** である。 次に，初項から第 14 項までの総和 S_{14} は，

$$S_{14}=\frac{14}{2}(a_1+a_{14})=7\{1+(4\cdot 14-3)\}=\mathbf{378}$$

である。

(4)　$\cos\theta+\sin\theta=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ の両辺を 2 乗すると，

$$\begin{aligned}\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\sin^2\theta&=\frac{9}{5}\\1+\sin 2\theta&=\frac{9}{5}\end{aligned}$$

より，$\sin 2\theta=\mathbf{\dfrac{4}{5}}$ である。よって，

$$\begin{cases}\cos\theta+\sin\theta=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{2}{5}\end{cases}$$

であることから，2 解 $\sin\theta$，$\cos\theta$ をもつ 2 次方程式を考えると，

$$x^2-\frac{3\sqrt{5}}{5}x+\frac{2}{5}=0\iff\left(\sqrt{5}x-2\right)\left(\sqrt{5}x-1\right)=0$$

であるから，これを解いて $x=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\dfrac{\pi}{4}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ であることから，$\sin\theta>\cos\theta$ より $\sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\mathbf{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$ である。

(5)　$3^x = t\ (t > 0)$ とおくと，

$$\begin{aligned} t^2 - 9t + 20 &= 0 \\ (t-4)(t-5) &= 0 \\ t &= 4,\ 5 \end{aligned}$$

である。 $\alpha < \beta$ より，$3^\alpha = 4,\ 3^\beta = 5$ であるため

$$(\sqrt{3})^\alpha = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^\alpha = (3^\alpha)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \mathbf{2}$$

$$27^\beta = \left(3^3\right)^\beta = \left(3^\beta\right)^3 = 5^3 = \mathbf{125}$$

(6)　ヘロンの公式を用いる。

$$s = \frac{5+6+7}{2} = 9$$

求める面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} \\ &= \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \\ &= \mathbf{6\sqrt{6}} \end{aligned}$$

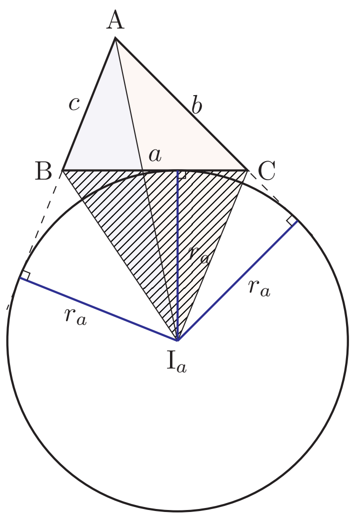
この円の半径は傍接円の半径 r_a とすると，傍接円の半径 r_a と面積 S の間には，関係式 $S = \dfrac{1}{2}r_a(b+c-a)$ が成り立つことより

$$6\sqrt{6} = \frac{1}{2}r_a(6+7-5)$$

$$r_a = \frac{6\sqrt{6}}{4} = \mathbf{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$$

$\boxed{\text{注釈}}$

傍接円の半径に関する公式の証明は次のようになる。内接円の半径に関する公式 $S = \dfrac{1}{2}r(a+b+c)$ を導出する方法と同様である。



三角形 ABC において，$\mathrm{BC} = a,\ \mathrm{AC} = b,\ \mathrm{AB} = c$ とし，面積を S とする。
辺 BC 側の傍心を I_a，傍接円の半径を r_a とするとき，以下の関係式を証明する。

$$S = \frac{1}{2}r_a(b+c-a)$$

三角形 ABC の面積 S は，傍心 I_a を頂点とする 3 つの三角形 $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AB}$，$\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AC}$，$\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{BC}$ の面積を用いて次のように表すことができる。

$$S = \triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AB} + \triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AC} - \triangle\mathrm{I}_a\mathrm{BC}$$

傍心 I_a から各辺（またはその延長線）に下ろした垂線の長さは，すべて傍接円の半径 r_a に等しい。これらを各三角形の高さと考えると，それぞれの面積は以下のように表される。

$\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AB}$ の面積 : $\dfrac{1}{2}\cdot c\cdot r_a$，$\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AC}$ の面積 : $\dfrac{1}{2}\cdot b\cdot r_a$，$\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{BC}$ の面積 : $\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot r_a$

これらを面積の式に代入すると，

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}cr_a + \frac{1}{2}br_a - \frac{1}{2}ar_a \\ &= \frac{1}{2}r_a(c+b-a) \end{aligned}$$

したがって，

$$S = \frac{1}{2}r_a(b+c-a)$$

が成り立つ。

注釈

A，I_a から辺 BC に下ろした垂線の足をそれぞれ D，E とし，線分 AI_a と辺 BC の交点を F として，$\triangle\mathrm{ADF}$ と $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{EF}$ の相似を用いて，傍接円の半径を求めてもよい。傍接円と接線に関する性質から BE$=2$，CE$=3$ を求めれば，あとは容易いだろう。

(7) (i) $(a+b+c)^n$ の展開式の項数は 3 種類の文字 a，b，c から重複を許して n 個選ぶ組み合わせであるから，

$${}_{n+3-1}\mathrm{C}_{3-1} = {}_{n+2}\mathrm{C}_2$$

よって，$(xy+x+y)^{11}$ の展開式の項数は

$${}_{11+2}\mathrm{C}_2 = {}_{13}\mathrm{C}_2 = \mathbf{78}$$

(ii) $(xy+x+y)^{11}$ の一般項は

$$\frac{11!}{p!q!r!}(xy)^p x^q y^r = \frac{11!}{p!q!r!}x^{p+q}y^{p+r}$$

と書ける。ただし $p+q+r=11$，$p \geqq 0$，$q \geqq 0$，$r \geqq 0$ である。 x^3y^{10} となるのは

$$\begin{cases} p+q=3 \\ p+r=10 \end{cases}$$

が成り立つときである。 $q=3-p$，$r=10-p$ を $p+q+r=11$ に代入すると $p=2$
このとき $q=1$，$r=8$ となるため，x^3y^{10} の係数は

$$\frac{11!}{2!1!8!} = \mathbf{495}$$

$\boxed{2}$

(1)　点 O を原点とする xy 平面において，曲線 $\dfrac{x^2}{13^2}+\dfrac{y^2}{8^2}=1$ $(x>0,\ y>0)$ 上の点における接線と，x 軸，y 軸との交点をそれぞれ P，Q とする。△OPQ の面積の最小値は $\boxed{34}\ \boxed{35}\ \boxed{36}$ であり，線分 PQ の長さの最小値は $\boxed{37}\ \boxed{38}$ である。

(2)　関数 $f(x)=\displaystyle\int_{1+4x}^{2-x^2}\frac{1+t}{t^2(2+t)^2}dt$ について，$f(0)=\dfrac{\boxed{39}}{\boxed{40}\ \boxed{41}}$ であり，$f'(0)=-\dfrac{\boxed{42}}{\boxed{43}}$ である。

(3)　xyz 空間において，3 点 $(1,\ 0,\ 0)$，$(0,\ 1,\ 0)$，$(1,\ 0,\ 1)$ を頂点とする三角形の内部および周上の部分を z 軸のまわりに 1 回転してできる立体を K とする。K と平面 $z=\dfrac{2}{3}$ の共通部分の面積は $\dfrac{\boxed{44}}{\boxed{45}}\pi$ である。K の体積は $\dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}\ \boxed{48}}\pi$ である。

解答

(1)　与えられた曲線（楕円の第一象限部分）を C とする。

$$C:\frac{x^2}{13^2}+\frac{y^2}{8^2}=1\quad(x>0,\ y>0)$$

この曲線上の点 $(x_0,\ y_0)$ における接線の方程式は次のように表される。

$$\frac{x_0x}{13^2}+\frac{y_0y}{8^2}=1$$

この接線と x , y 軸との交点をそれぞれ P，Q とすると P$\left(\dfrac{13^2}{x_0},\ 0\right)$，Q$\left(0,\ \dfrac{8^2}{y_0}\right)$ である。

よって，△OPQ の面積 S は次のようになる。

$$S=\frac{1}{2}\cdot\frac{13^2}{x_0}\cdot\frac{8^2}{y_0}=\frac{13^2\cdot8^2}{2x_0y_0}$$

S が最小となるのは，分母の x_0y_0 が最大のときである。

$(x_0,\ y_0)$ は楕円上の点なので $\dfrac{{x_0}^2}{13^2}+\dfrac{{y_0}^2}{8^2}=1$ が成り立つ。

媒介変数 θ $(0<\theta<\pi/2)$ を用いて $x_0=13\cos\theta,\ y_0=8\sin\theta$ とおくと

$$x_0y_0=13\cdot8\sin\theta\cos\theta=13\cdot4\sin2\theta$$

したがって，$2\theta=\dfrac{\pi}{2}\iff\theta=\dfrac{\pi}{4}$ のとき，x_0y_0 は最大値 $13\cdot4$ となるので，求める S の最小値は

$$\frac{13^2\cdot8^2}{2\cdot13\cdot4}=\mathbf{104}$$

また，線分 PQ の長さを L とすると

$$\begin{aligned}L^2&=\left(\frac{13^2}{x_0}\right)^2+\left(\frac{8^2}{y_0}\right)^2\\&=\frac{13^4}{x_0^2}+\frac{8^4}{y_0^2}\\&=\frac{13^2}{\cos^2\theta}+\frac{8^2}{\sin^2\theta}\end{aligned}$$

これを θ で微分して最小値を求める。$f(\theta) = \dfrac{13^2}{\cos^2\theta} + \dfrac{8^2}{\sin^2\theta}$ とすると，

$$\begin{aligned} f'(\theta) &= \frac{2 \cdot 13^2 \sin\theta}{\cos^3\theta} - \frac{2 \cdot 8^2 \cos\theta}{\sin^3\theta} \\ &= 2\left(\frac{13^2 \sin^4\theta - 8^2\cos^4\theta}{\sin^3\theta\cos^3\theta}\right) \end{aligned}$$

$f'(\theta) = 0$ となるのは

$$13^2 \sin^4\theta = 8^2\cos^4\theta$$

$$\iff \tan^4\theta = \frac{8^2}{13^2}$$

$$\iff \tan^2\theta = \frac{8}{13}$$

このときの θ の値を α とすると，増減表は以下のようになる。

θ	(0)	$\ldots$	α	$\ldots$	$\left(\frac{\pi}{2}\right)$
$f'(\theta)$		$-$	0	$+$	
$f(\theta)$		$\searrow$	極小かつ最小	$\nearrow$	

このとき，$\cos^2\theta = \dfrac{1}{1+\tan^2\theta} = \dfrac{13}{21}$，$\sin^2\theta = \dfrac{8}{21}$ である。
これを L^2 に代入すると

$$L^2 = \frac{13^2}{13/21} + \frac{8^2}{8/21} = 13 \cdot 21 + 8 \cdot 21 = (13+8) \cdot 21 = 21^2$$

よって，線分 PQ の長さの最小値は **21** である。

注釈

　S の最小値については，相加平均と相乗平均の関係を用いてもよい。すなわち

$$\frac{{x_0}^2}{13^2} + \frac{{y_0}^2}{8^2} \geqq 2\sqrt{\frac{{x_0}^2}{13^2} \cdot \frac{{y_0}^2}{8^2}} = \frac{2x_0y_0}{13 \cdot 8}$$

$$\iff 1 \geqq \frac{2x_0y_0}{104} \iff x_0y_0 \leqq 52$$

等号は $\dfrac{{x_0}^2}{13^2} = \dfrac{{y_0}^2}{8^2} \iff x_0 = \dfrac{13}{\sqrt{2}}$，$y_0 = 4\sqrt{2}$ のとき成立する。
したがって，x_0y_0 の最大値は 52 である。これを S の式に代入して

$$S = \frac{169 \cdot 64}{104} = \frac{169 \cdot 8}{13} = 13 \cdot 8 = 104$$

したがって，面積 S の最小値は **104** である。

また，L についても

$$\begin{aligned}
L &= \sqrt{\frac{13^2}{\cos^2\theta} + \frac{8^2}{\sin^2\theta}} \\
&= \sqrt{13^2\left(1+\tan^2\theta\right) + 8^2\left(1+\frac{1}{\tan^2\theta}\right)} \\
&= \sqrt{13^2 + 8^2 + 13^2\tan^2\theta + \frac{8^2}{\tan^2\theta}} \\
&\geqq \sqrt{13^2 + 8^2 + 2\sqrt{13^2\tan^2\theta \cdot \frac{8^2}{\tan^2\theta}}} \qquad (\because\ \text{相加平均・相乗平均の関係}) \\
&= \sqrt{13^2 + 8^2 + 2\cdot 13\cdot 8} \\
&= \sqrt{(13+8)^2} \\
&= 21
\end{aligned}$$

等号は $13^2\tan^2\theta = \dfrac{8^2}{\tan^2\theta} \iff \tan\theta = \sqrt{\dfrac{8}{13}}$ のときに成立する。
したがって，L の最小値は $\mathbf{21}$ である。

(2)　与えられた関数は以下の通りである。

$$f(x) = \int_{1+4x}^{2-x^2} \frac{1+t}{t^2(2+t)^2}\,dt$$

$x=0$ を代入すると

$$f(0) = \int_1^2 \frac{1+t}{t^2(2+t)^2}\,dt$$

部分分数分解すると

$$\frac{1+t}{t^2(2+t)^2} = \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{(2+t)^2}\right\}$$

となる。したがって

$$\begin{aligned}
f(0) &= \frac{1}{4}\left[-\frac{1}{t} + \frac{1}{2+t}\right]_1^2 \\
&= \frac{1}{4}\left\{\left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right)\right\} \\
&= \frac{1}{4}\cdot\frac{5}{12} = \mathbf{\frac{5}{48}}
\end{aligned}$$

また，被積分関数を $w(t) = \dfrac{1+t}{t^2(2+t)^2}$ とすると

$$f'(x) = w(2-x^2)\cdot(-2x) - w(1+4x)\cdot 4$$

である。$x=0$ を代入すると，

$$\begin{aligned}
f'(0) &= -4\cdot w(1) = -4\cdot\frac{1+1}{1^2(2+1)^2} \\
&= -4\cdot\frac{2}{9} = \mathbf{-\frac{8}{9}}
\end{aligned}$$

(3)　3 点 A$(1,\ 0,\ 0)$, B$(0,\ 1,\ 0)$, C$(1,\ 0,\ 1)$ を頂点とする三角形を z 軸まわりに回転させる。

平面 $z=k$ $(0 \leqq k \leqq 1)$ における三角形の断面は，線分である。

ここで，高さ $z=k$ における線分の両端の z 軸からの距離 r の最大値 r_{max} と最小値 r_{min} を求める。

辺 AC は $x=1,\ y=0$ 上にあり，距離は常に 1 である。

辺 BC 上の点は実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ から $(t,\ 1-t,\ t)$ と表せるので，

$z=k$ のとき，辺 BC 上の点は $(k,\ 1-k,\ k)$ であり，z 軸からの距離は $\sqrt{k^2+(1-k)^2}$ である。

また，z 軸から平面 ABC に下ろした垂線の長さは $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ であり，その垂線の足が三角形 ABC の周および内部に存在するのは $0 \leqq z \leqq \dfrac{1}{2}$ のときである。

以上より，

$0 \leqq k \leqq \dfrac{1}{2}$ のとき，$r_{max}=1,\ r_{min}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leqq k \leqq 1$ のとき，$r_{max}=1,\ r_{min}=\sqrt{k^2+(1-k)^2}$

よって，$z=k$ での断面積 $S(k)$ は，

$0 \leqq k \leqq \dfrac{1}{2}$ のとき

$$S(k)=\pi\left\{1^2-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}=\frac{1}{2}\pi$$

$\dfrac{1}{2} \leqq k \leqq 1$ のとき

$$S(k)=\pi\left\{1^2-(k^2+(1-k)^2)\right\}=\pi\{1-(2k^2-2k+1)\}=\pi(2k-2k^2)$$

$k=\dfrac{2}{3}$ を代入すると

$$S\left(\frac{2}{3}\right)=\pi\left(2\cdot\frac{2}{3}-2\cdot\frac{4}{9}\right)$$
$$=\boldsymbol{\frac{4}{9}\pi}$$

また，求める体積 V は断面積 $S(k)$ を 0 から 1 まで積分すればよいので

$$\begin{aligned} V &= \int_0^1 S(k)\,dk \\ &= \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}\pi\,dk+\pi\int_{\frac{1}{2}}^1 \pi(2k-2k^2)\,dk \\ &= \frac{1}{4}\pi+\pi\left[k^2-\frac{2}{3}k^3\right]_{\frac{1}{2}}^1 \\ &= \boldsymbol{\frac{5}{12}\pi} \end{aligned}$$

講評

$\boxed{1}$［小問集合（数Ⅰ A Ⅱ B）］（やや易）：(1) データの分析，(2) 確率，(3) 数列，(4) 三角関数，(5) 指数方程式，(6) 平面図形，(7) 多項定理からの出題であった。昨年と同様，教科書レベルの問題が多く出題されている。ただし，(6) の傍接円の半径は今年の愛知医科でも出題があり，差が付いたと思われる。

$\boxed{2}$［小問集合（数Ⅲ C）］（標準）：(1) 楕円と三角関数の融合問題，(2) 定積分で表された関数，(3) 回転体の断面積と体積からの出題であった。

昨年度に比べるとやや難化した。特に，大問 2 で大きく差が付いたと思われる。大問 1 を確実に正解して，大問 2 で半分以上を取りたい。一次突破ボーダーは 75% 程度か。